

Informe Técnico OAN 2004-3

**SISTEMAS DE HOLOGRAFÍA DE MICROONDAS PARA  
CARACTERIZACIÓN DE SUPERFICIES REFLECTORAS**

TERCERA PARTE

**Simulación de un sistema de holografía por recuperación  
de la fase para el radiotelescopio de 40m del Centro  
Astronómico de Yebes.**

Marzo, 2004.  
José Antonio López Pérez.  
CAY/OAN/IGN.

## CONTENIDO

<b><i>I. Introducción.</i></b>	<b>3</b>
<b><i>II. Descripción del proceso de simulación.</i></b>	<b>4</b>
<b>II.1. Parámetros de simulación.</b>	<b>4</b>
<b>II.2. Modelo de campo en la apertura.</b>	<b>5</b>
<b>II.3. Modelo de diagrama de radiación.</b>	<b>8</b>
<b>II.4. Modelo del proceso de medida.</b>	<b>9</b>
II.4.1. Errores de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada.	9
II.4.2. Ruido del sistema.	9
II.4.3. Errores de medida.	10
<b>II.5. Estimación inicial.</b>	<b>12</b>
<b>II.6. Mejora de la solución.</b>	<b>13</b>
<b>II.7. Cálculo del error residual.</b>	<b>13</b>
<b><i>III. Resultados de la simulación.</i></b>	<b>14</b>
<b>III.1. Simulación sin fuentes de error.</b>	<b>15</b>
<b>III.2. Simulación con ruido de sistema.</b>	<b>19</b>
<b>III.3. Simulación con errores de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada.</b>	<b>23</b>
<b>III.4. Simulación con errores de medida.</b>	<b>27</b>
<b>III.5. Simulación con todas las fuentes de error.</b>	<b>31</b>
<b><i>IV. Conclusiones.</i></b>	<b>35</b>
<b><i>Referencias bibliográficas.</i></b>	<b>36</b>
<b><i>Acrónimos.</i></b>	<b>37</b>

## I. Introducción.

El presente documento representa la tercera parte del informe titulado “*Sistemas de Holografía de Microondas para la Caracterización de Superficies Reflectoras*”.

Aquí se muestran los resultados de simulaciones numéricas de un sistema de holografía por recuperación de la fase a 12.75GHz aplicado al radiotelescopio de 40 metros del Centro Astronómico de Yebes.

El conocimiento del error de la superficie del reflector principal del radiotelescopio es el propósito principal del sistema de holografía. Esta información está contenida en la fase de la distribución del campo electromagnético en la apertura del reflector (ver apartado III.B en [1]). El sistema de holografía por recuperación de la fase computa esta distribución a través de un algoritmo iterativo<sup>1</sup> (algoritmo de Misell [4]) cuyas entradas son medidas de la amplitud del diagrama de radiación (ver apartado IV en [1]).

El algoritmo utiliza una estimación inicial de la distribución de campo en la apertura como punto de partida y arranca con dos medidas de la amplitud del diagrama de radiación bajo condiciones de focalización diferentes. El algoritmo se sirve del hecho de que la distribución de campo en la apertura y el diagrama de radiación están relacionados mediante transformada de Fourier (ver apartado III.A en [1]). Por tanto, el método de recuperación de la fase intenta calcular la fase de una función (distribución de campo en la apertura) a partir del conocimiento de la amplitud de su transformada de Fourier (diagrama de radiación).

El algoritmo de Misell fue desarrollado en el campo de la microscopía electrónica por D. L. Misell [4] y aplicado al campo de la metrología de reflectores por D. Morris [5], [6], [7], [8]. También ha sido aplicado en radio-observatorios como el 30m IRAM [6], 100m Effelsberg [9], 14m CAY [10], 32m Medicina [11] y 3m KOSMA [12].

El método de recuperación de la fase necesita un solo receptor, en contraposición al método de holografía coherente, que necesita un receptor adicional para obtener la referencia para la medida de fase. Sin embargo, posee el inconveniente de necesitar mayor tiempo de medida (dos diagramas son necesarios para alimentar el algoritmo) y de tener una peor precisión (el algoritmo puede no alcanzar un mínimo global de la función de coste) que el método coherente. Además, el método de recuperación de la fase necesita una relación señal a ruido que vale aproximadamente el cuadrado de la que se necesita con el método coherente para obtener la misma precisión [5].

Es significativo el hecho de que dos de los radio-observatorios más importantes del mundo (el 30m IRAM y el 15m JCMT) hayan optado por usar holografía coherente después de haber usado sistemas con recuperación de la fase.

Esta nota técnica no explicará nuevamente el algoritmo de Misell, que ya fue introducido en el apartado IV.B de [1]. Se explicará el proceso llevado a cabo para las simulaciones así como los parámetros asumidos para las mismas. A continuación, los resultados de las simulaciones bajo la influencia de tres fuentes de error serán presentados. Por último, se darán conclusiones sobre los resultados obtenidos.

---

<sup>1</sup> Ver [3] para una revisión de algoritmos iterativos.

## II. Descripción del proceso de simulación.

Esta sección muestra el conjunto de parámetros necesarios para las simulaciones numéricas del sistema de holografía por recuperación de la fase y explica el proceso de simulación aplicado a la antena de 40 metros.

### II.1. Parámetros de simulación.

Se han asumido los siguientes parámetros para la simulación:

#### Parámetros de la antena:

- Operación desde el foco primario (como resultado de lo expuesto en [2])
- Diámetro del reflector principal = 40m
- Distancia focal del reflector principal = 15m
- Diámetro de subreflector = 3.28m
- Magnificación = 21.0919
  
- Desenfoque del primer mapa medido = 0mm
- Desenfoque del segundo mapa medido = +24mm (valor típico una longitud de onda, aproximadamente)

#### Parámetros de la señal:

- Frecuencia = 12.75GHz  $\Rightarrow \lambda = 23.5\text{mm}$  (como resultado de [2])
- Radiobaliza sin modulación.

#### Parámetros de muestreo:

- Número de puntos del mapa = 128x128 (mapa de alta resolución)
- Factor de sobremuestreo = 1/0.85
- Intervalo de muestreo = 103 arcsec.

#### Parámetros del satélite:

- Satellite EIRP = 12dBW (valor típico según [2])
- Satellite distance = 38000Km (valor típico)

#### Parámetros del receptor:

- Temperatura de ruido de sistema = 145K (como resultado de [2])
- Ancho de banda de predetección = 7KHz (valor típico)
- Tiempo de integración = 0.25s (valor típico)
- Detector cuadrático.

### Términos de error:

- Error de medida =  $\pm 0.3\text{dB}$  (error de medida y fluctuaciones de ganancia)
- Error RMS de puntería y fluctuación RMS del ángulo de llegada = 6 arcsec (obtenido del balance de error de puntería).

Parámetros del algoritmo:

- Máximo número de iteraciones = 500 (valor típico)
- Precisión requerida a la solución (función de coste) =  $1.E-6 \%$  (suficientemente bajo)
- Número de repeticiones con diferente estimación inicial = 5 (para mejorar la solución)

## **II.2. Modelo de campo en la apertura.**

El primer paso es crear un modelo de la distribución de campo electromagnético en la apertura. Este modelo asume una distribución de amplitud gaussiana con 10dB de taper en el borde del reflector principal.

El balance de error de la superficie del radiotelescopio especifica las siguientes contribuciones al error de la superficie para operación desde el foco primario:

<b>Contribución</b>	<b>Error RMS</b>
Precisión de los paneles	75 $\mu\text{m}$
Alineación de los paneles	80 $\mu\text{m}$
Estructura trasera	95 $\mu\text{m}$
<b>Total RSS</b>	<b>145 mm</b>

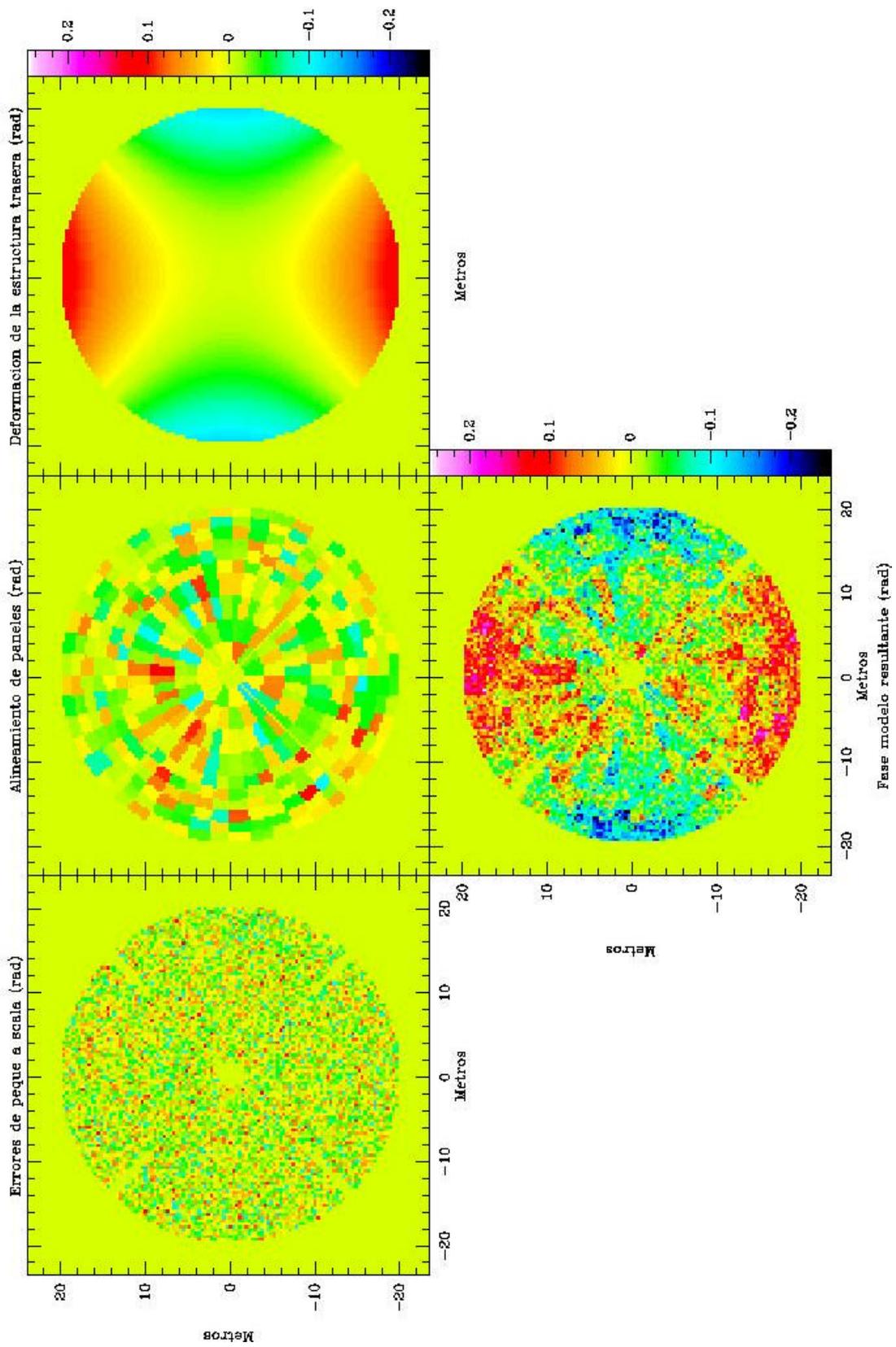
**Tabla 1: Resumen del balance de error de la superficie del radiotelescopio de 40 metros.**

Esta tabla implica que la distribución de fase en la apertura de la antena modelo debe ser generada de modo que tenga un error de 145 $\mu\text{m}$  RMS. El modo de conseguir esto es mediante la creación de una distribución de fase con los siguientes efectos:

- Deformaciones de pequeña escala, modeladas por medio de una variable aleatoria gaussiana (cada pixel del mapa de la apertura podrá tener una fase aleatoria). Este efecto tendría en cuenta el error debido a la precisión de los paneles. La desviación típica de esta variable aleatoria tendrá que ser 75 $\mu\text{m}$ .
- Alineación de los paneles: Este efecto será simulado moviendo cada panel, perpendicularmente a su plano medio, una cantidad dada por un número aleatorio gaussiano. La desviación típica de esta nueva variable aleatoria gaussiana tendrá que ser 80 $\mu\text{m}$ .
- Deformaciones a gran escala: Dado que, generalmente, la estructura trasera contribuye al error de la superficie con deformaciones a gran escala, se introducirá un astigmatismo en la fase del campo en la apertura para simular el efecto del error introducido por la estructura trasera. La contribución de esta aberración al error total tendrá que ser 145 $\mu\text{m}$  RMS.

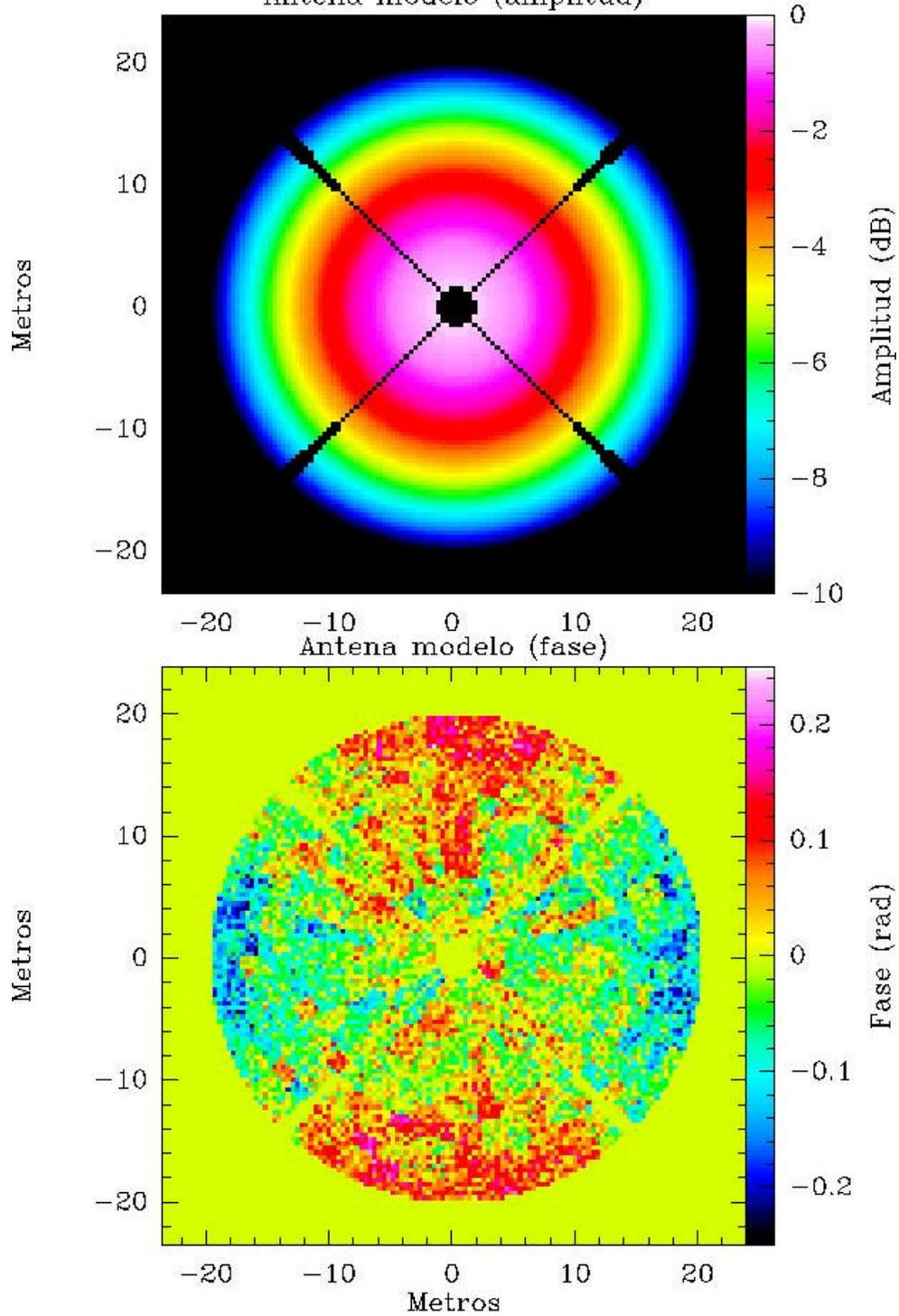
La figura 1 muestra un mapa de cada uno de los efectos descritos anteriormente y la fase resultante cuando se suman los tres efectos.

Figura 1: Contribuciones al error de fase de la antena modelo.



Por otro lado, la figura 2 muestra las distribuciones de amplitud y fase en la apertura que serán utilizadas como modelo para la obtención de datos sintéticos del diagrama de radiación.

Figura 2: Distribucion Modelo en la apertura  
Antena modelo (amplitud)



El error RMS de la superficie del modelo es  $145\mu\text{m}$ , tal y como se deseaba. La eficiencia por tolerancia de la superficie resultante es del 99.4%, lo cual implica un error RMS efectivo de  $137\mu\text{m}$ , según la fórmula de Ruze. El error RMS efectivo es menor debido a la ponderación por la amplitud.

### **II.3. Modelo de diagrama de radiación.**

El diagrama de radiación de la antena modelo de la figura 2 se calcula mediante transformada de Fourier bidimensional de la distribución de campo “modelo” en la apertura.

La simulación utiliza dos diagramas de radiación, uno enfocado y otro desenfocado mediante desplazamiento del subreflector, el cual se encuentra unido solidariamente con el receptor (ver apéndice 2 en [2]), en dirección axial por una longitud de onda, aproximadamente<sup>2</sup>.

El diagrama enfocado es calculado directamente mediante la transformada de Fourier anteriormente citada. Para el diagrama desenfocado, se aplica previamente a la distribución de fase en la apertura una función que modela el efecto del desenfoque sobre la fase en la apertura. Se asume que la amplitud no cambia significativamente su forma con estos valores de desenfoque.

Dicha función viene dada por la siguiente expresión [13]:

$$y(x, y) = -\frac{4p}{l} \cdot \Delta F \cdot \left[ \frac{\frac{x^2 + y^2}{4F^2}}{1 + \frac{x^2 + y^2}{4F^2}} \right] \quad (1)$$

donde  $\Delta F$  es el valor de desenfoque (+24mm hacia el cielo), (x,y) son las coordenadas en la apertura y F es la distancia focal del reflector primario.

Después, se aplica la transformada de Fourier bidimensional para obtener el correspondiente diagrama de radiación desenfocado.

Finalmente, se toma la amplitud de cada uno de los diagramas y sobre ellos se añaden unos términos de error que simulan el proceso de medida. Se obtendrán así medidas sintéticas para su utilización en el algoritmo de Misell.

---

<sup>2</sup> Este es el valor típico de desenfoque en el método de la recuperación de la fase [5].

## II.4. Modelo del proceso de medida.

Los dos diagramas de amplitud calculados anteriormente (enfocado y desenfocado) están libres de ruido y perturbaciones de medida. Sin embargo, las medidas reales incluyen ciertos términos de error. Para simular medidas de amplitud de diagramas de radiación reales, se añaden los siguientes términos de error a los diagramas de radiación sin perturbar:

- Errores de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada
- Ruido del sistema
- Errores de medida

### II.4.1. Errores de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada.

Los errores de puntería del radiotelescopio y las fluctuaciones del ángulo de llegada de la señal son modelados mediante un valor RMS conjunto. Según el balance del error de puntería del radiotelescopio de 40 metros, se estima que este valor RMS es de 6 arcsec.

Sea  $\theta_{rms}$  este valor RMS; entonces, la relación con el error RMS en cada eje (acimut y elevación),  $u_{rms}$  y  $v_{rms}$ , será:

$$\mathbf{q}_{rms} = \sqrt{u_{rms}^2 + v_{rms}^2} \quad \text{suponiendo} \quad u_{rms} = v_{rms} \quad (2)$$

$$\text{entonces} \quad \mathbf{q}_{rms} = u_{rms} \cdot \sqrt{2} = v_{rms} \cdot \sqrt{2}$$

El diagrama de radiación distorsionado por el efecto de estos errores puede modelarse como:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_1(u,v) &= F_1(u,v) + \frac{\partial F_1(u,v)}{\partial u} \cdot u_{rms} \cdot n_u + \frac{\partial F_1(u,v)}{\partial v} \cdot v_{rms} \cdot n_v \\ \tilde{F}_2(u,v) &= F_2(u,v) + \frac{\partial F_2(u,v)}{\partial u} \cdot u_{rms} \cdot n_u + \frac{\partial F_2(u,v)}{\partial v} \cdot v_{rms} \cdot n_v \end{aligned} \quad (3)$$

donde  $F_1(u,v)$  y  $F_2(u,v)$  son los diagramas de radiación sin distorsionar y  $n_u$  y  $n_v$  son variables aleatorias gaussianas con media nula y varianza unidad.

### II.4.2. Ruido del sistema.

Este error es modelado a través de la temperatura equivalente de ruido del sistema. El diagrama de radiación será distorsionado mediante la adición de un ruido aditivo, blanco y gaussiano.

$$\begin{aligned} |G_1(u,v)|^2 &= |\tilde{F}_1(u,v)|^2 + k \cdot T_{sys} \cdot B + \frac{k \cdot T_{sys} \cdot B}{\sqrt{B \cdot t}} \cdot N(0,1) \\ |G_2(u,v)|^2 &= |\tilde{F}_2(u,v)|^2 + k \cdot T_{sys} \cdot B + \frac{k \cdot T_{sys} \cdot B}{\sqrt{B \cdot t}} \cdot N(0,1) \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $G_i$  y  $F_i$  ( $i=1,2$ ) son los diagramas de radiación con y sin ruido, respectivamente,  $k$  es la constante de Boltzmann,  $T_{sys}$  es la temperatura equivalente de ruido del sistema,  $B$  es el ancho de banda de predetección,  $\tau$  es el tiempo de integración y  $N(0,1)$  es una distribución aleatoria gaussiana de media nula y varianza unidad.

La fórmula (4) supone que la salida del detector cuadrático en cada punto del mapa a medir contiene tres términos: la potencia de la señal recibida, la potencia media de ruido de sistema (término constante) y las fluctuaciones de ruido del sistema.

El software que recupera la fase en la apertura requiere que sus datos de entrada representen amplitudes (positivas), por tanto las entradas al algoritmo de Misell vendrán dadas por:

$$\begin{aligned} G_1(u, v) &= \sqrt{\left| \tilde{F}_1(u, v) \right|^2 + \frac{k \cdot T_{sys} \cdot B}{\sqrt{B \cdot \tau}} \cdot N(0,1)} \\ G_2(u, v) &= \sqrt{\left| \tilde{F}_2(u, v) \right|^2 + \frac{k \cdot T_{sys} \cdot B}{\sqrt{B \cdot \tau}} \cdot N(0,1)} \end{aligned} \quad (5)$$

donde además se ha sustraído el término constante, que supone un offset a la salida del detector.

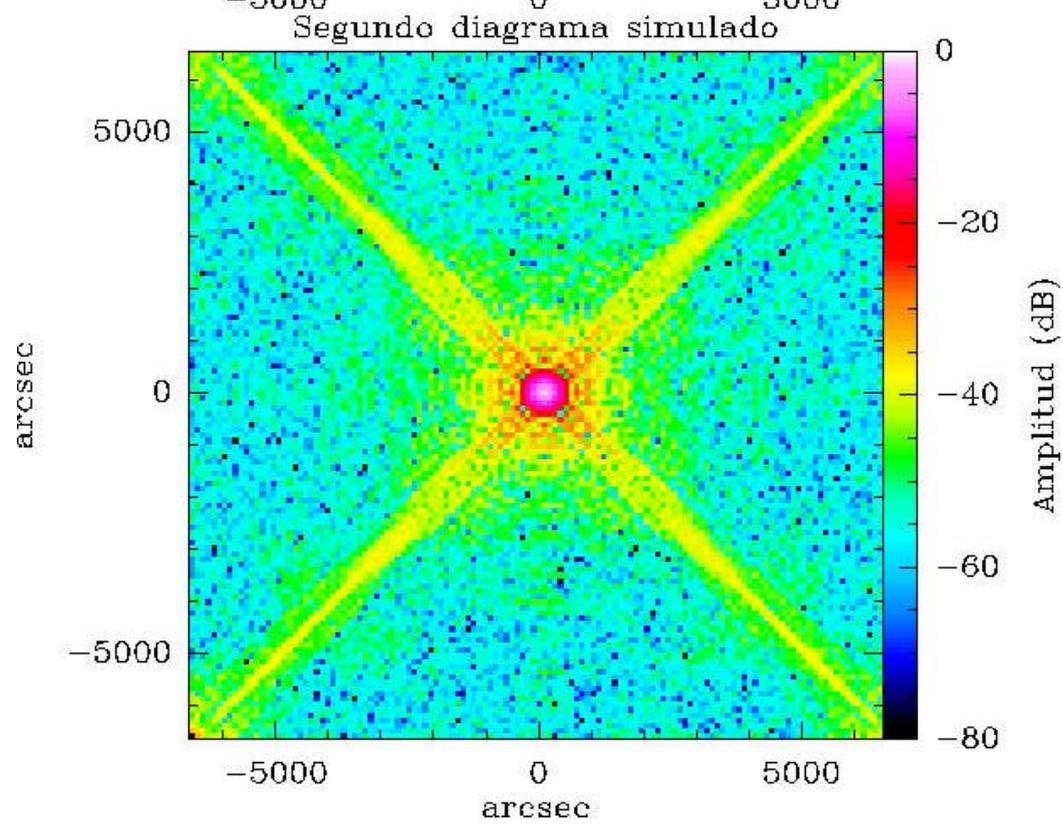
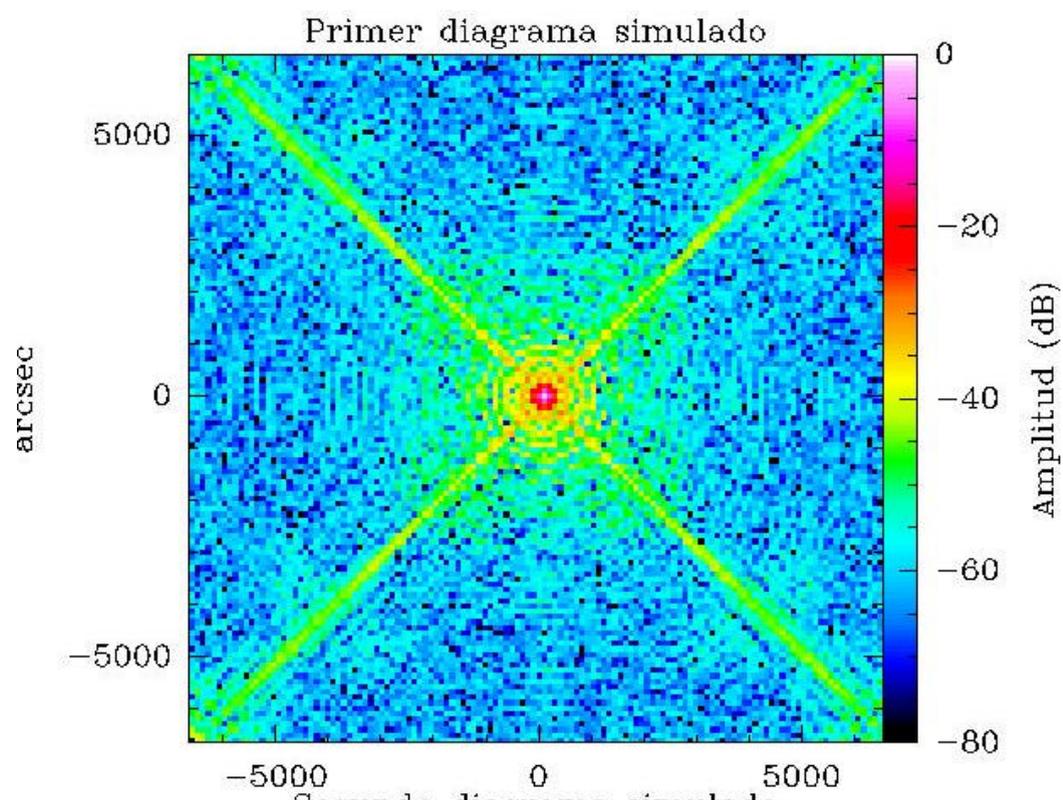
### II.4.3. Errores de medida.

Se estima que los errores de medida de la amplitud valen  $\pm 0.3\text{dB}$ . Este término también incluye fluctuaciones de ganancia aleatorias del receptor. Por tanto, una variable aleatoria uniforme en este rango será añadida a los diagramas de radiación.

$$\begin{aligned} M_1(u, v) &= 10^{\frac{A_1}{20}} \cdot G_1(u, v) \\ M_2(u, v) &= 10^{\frac{A_2}{20}} \cdot G_2(u, v) \end{aligned} \quad (6)$$

donde  $A_i$  ( $i=1,2$ ) son números aleatorios uniformes en el rango  $-0.3\text{dB}$  a  $+0.3\text{dB}$  para cada pixel.

La figura 3 muestra la amplitud de ambos diagramas de radiación distorsionados por los errores anteriores. Obsérvese como el haz del diagrama desenfocado es más ancho y su nivel de lóbulos secundarios es mayor debido, precisamente, al desenfoco introducido. Nótese también el efecto de bloqueo en las patas de soporte del subreflector, lo que se traduce en la forma de X de los diagramas.



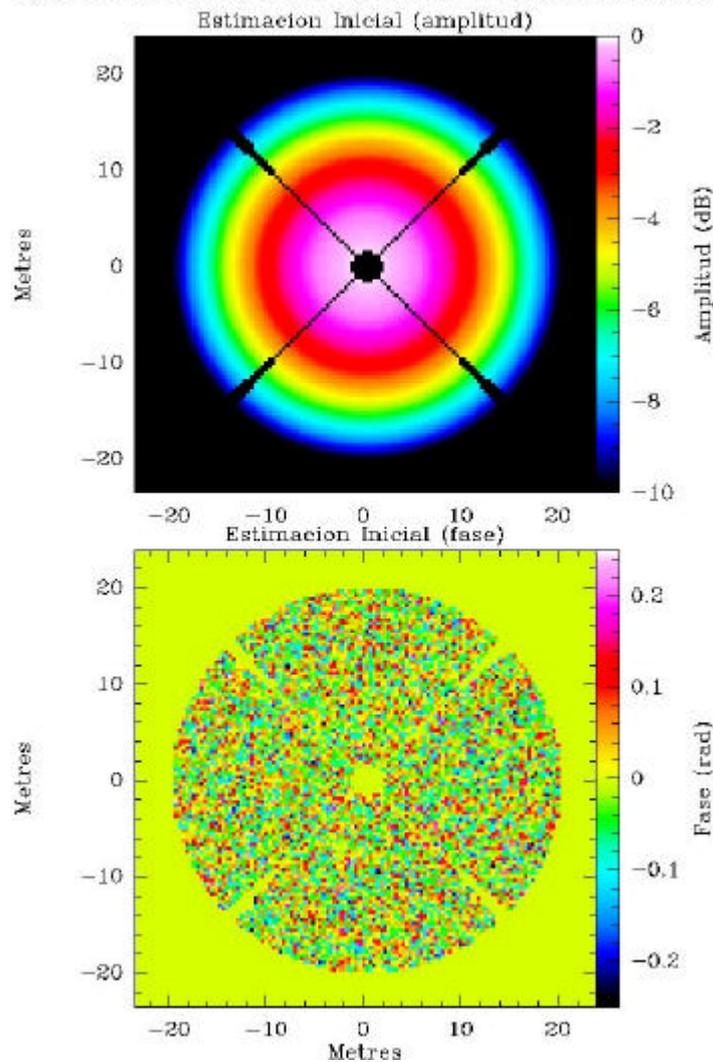
## II.5. Estimación inicial.

La estimación inicial del campo en la apertura, necesaria para el arranque del algoritmo de Misell, tendrá una amplitud con forma gaussiana de  $-10\text{dB}$  en el borde del reflector primario. Por su parte, la fase sólo incluirá deformaciones de pequeña escala modeladas por medio de una variable aleatoria gaussiana. Esto significa que cada pixel o punto del mapa de fase en la apertura puede tener un valor aleatorio de fase con  $\phi_{\text{random}}$  radianes RMS, donde  $\phi_{\text{random}}$  es un numero aleatorio uniforme entre  $[0, 0.5]$  radianes.

Esta definición de  $\phi_{\text{random}}$  permite arrancar el algoritmo de Misell desde diferentes puntos de partida y reducir así la probabilidad de que todas las ejecuciones del algoritmo converjan hacia mínimos locales de la función de coste.

La figura 4 muestra una estimación inicial típica. La llamamos típica porque  $\phi_{\text{random}}$  cambiará de una ejecución a otra.

Figure 4: Distribucion en la apertura de la estimacion inicial



## II.6. Mejora de la solución.

Para mejorar la precisión de la solución, los resultados de cinco ejecuciones del algoritmo de Misell con los mismo datos simulados pero con estimaciones iniciales diferentes (diferente valor de  $\phi_{\text{random}}$ ) serán promediados.

La eficiencia por tolerancia de la superficie y su correspondiente error RMS efectivo de cada estimación inicial se muestran en la figura siguiente:

	Eficiencia por Tolerancia de la superficie	Error RMS efectivo
1 <sup>a</sup> estimación inicial	99.4 %	145 $\mu\text{m}$
2 <sup>a</sup> estimación inicial	97.6 %	294 $\mu\text{m}$
3 <sup>a</sup> estimación inicial	94.7 %	436 $\mu\text{m}$
4 <sup>a</sup> estimación inicial	90.9 %	577 $\mu\text{m}$
5 <sup>a</sup> estimación inicial	85.7 %	733 $\mu\text{m}$

**Tabla 2: Eficiencia por tolerancia de la superficie y error RMS efectivo para cada estimación inicial.**

## II.7. Cálculo del error residual.

El error entre el campo en la apertura modelo y el promedio de las cinco ejecuciones del algoritmo de Misell es calculado para cuantificar el impacto de los términos de error en el uso del método de la recuperación de la fase.

Este error es calculado en amplitud como la diferencia entre los mapas de amplitud y en fase como diferencia entre los mapas de fase (modelo y resultado). Para este último mapa (residuo de la fase), el error RMS ponderado por la distribución de amplitud (WRMS) también es calculado.

A partir del resultado promediado del algoritmo de Misell después de cinco ejecuciones, también se calcula los diagramas de radiación correspondientes (enfocado y desenfocado) para ser comparados con los diagramas de entrada al algoritmo de Misell.

### III. Resultados de la simulación.

Esta sección muestra los resultados de las simulaciones numéricas, como se han descrito en el apartado II, del sistema de holografía por el método de recuperación de la fase. Se han llevado a cabo cinco tipos de simulaciones:

En primer lugar, se realiza una simulación sin errores, es decir:

- Temperatura equivalente de ruido del sistema = 0 K
- Error de medida =  $\pm 0.0$  dB
- Error RMS de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada = 0"

Esta simulación pretende evaluar la convergencia del algoritmo bajo condiciones ideales de medida.

En segundo lugar, se realiza una simulación con ruido de sistema solamente:

- Temperatura equivalente de ruido del sistema = 145 K
- Error de medida =  $\pm 0.0$  dB
- Error RMS de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada = 0"

En tercer lugar, una simulación sólo con errores de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada:

- Temperatura equivalente de ruido del sistema = 0 K
- Error de medida =  $\pm 0.0$  dB
- Error RMS de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada = 6"

En cuarto lugar, una simulación sólo con errores de medida

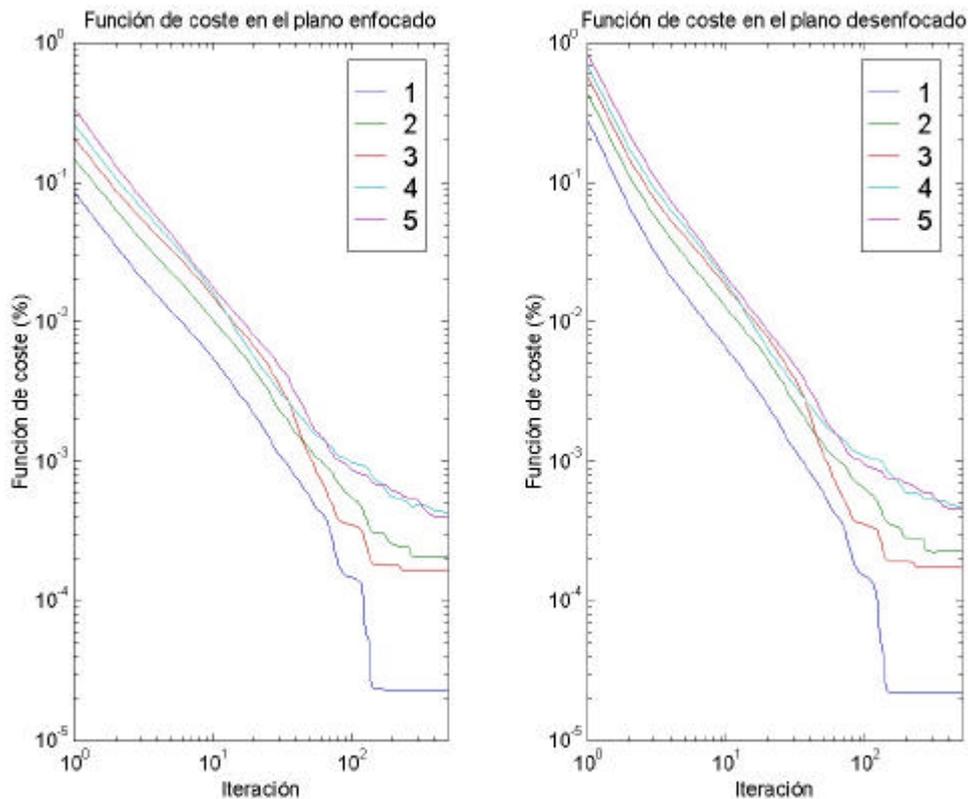
- Temperatura equivalente de ruido del sistema = 0 K
- Error de medida =  $\pm 0.3$  dB
- Error RMS de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada = 0"

Estas simulaciones son realizadas para evaluar el impacto de cada fuente de error independientemente de las demás y para ver si hay un tipo de error dominante. Finalmente, la quinta simulación incluirá todas las fuentes de error simultáneamente:

- Temperatura equivalente de ruido del sistema = 145 K
- Error de medida =  $\pm 0.3$  dB
- Error RMS de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada = 6"

### III.1. Simulación sin fuentes de error.

La figura 5 presenta la evolución del valor de la función de coste para los dos planos de medida (el plano enfocado y el plano desenfocado). Hay cinco curvas que representan las cinco ejecuciones del algoritmo de Misell con diferente estimación inicial.

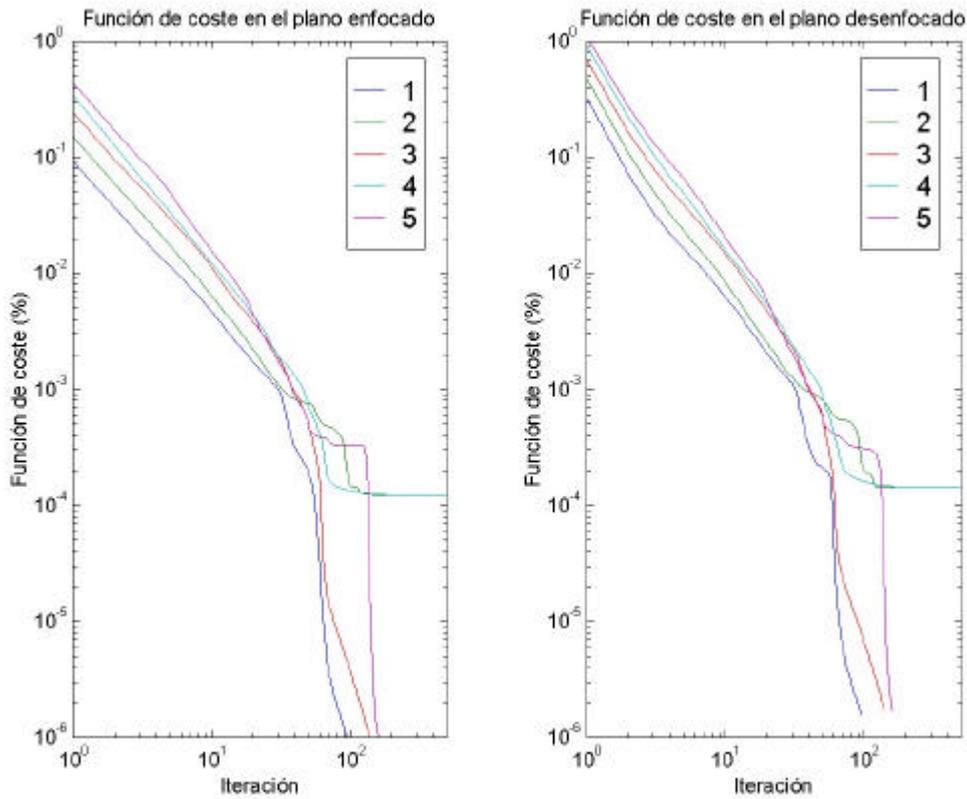


**Figura 5: Evolución de la función de coste (caso sin errores, 128x128 puntos).**

Se observa como todas las ejecuciones del algoritmo de Misell reducen la función de coste conforme progresan las iteraciones. Sin embargo, no se alcanzan valores bajos de la función de coste como cabría esperar en un escenario sin errores (excepto para la ejecución 1). La razón para este aparentemente extraño comportamiento es que el método tiene un gran número de variables que calcular ( $128 \times 128 = 16384$ ).

Si se lleva a cabo una simulación en las mismas condiciones pero con  $64 \times 64 = 4096$  puntos se tienen los resultados de la figura 6, donde se observa que tres de las cinco ejecuciones convergen a la solución en menos de 200 iteraciones (iteración #95 para la primera ejecución, iteración #138 para la tercera ejecución e iteración #159 para la quinta ejecución).

Además, es de esperar que el número de mínimos locales alrededor de la solución sea mayor en el caso de 128x128 puntos, ya que es mayor el número de variables involucradas.



**Figura 6: Evolución de la función de coste (caso sin errores, 64x64 puntos).**

La comparación entre la distribución en la apertura recuperada y el modelo se muestra en la figura 7 para el caso 128x128. El error residual de la fase es de 4 $\mu$ m WRMS y el error medio de amplitud es de 0.01dB.

Por otro lado, la figura 8 compara las medidas simuladas con los diagramas de radiación obtenidos a partir de la salida del algoritmo de Misell. Las diferencias entre mapas muestran mayor error en la parte exterior de los mapas.

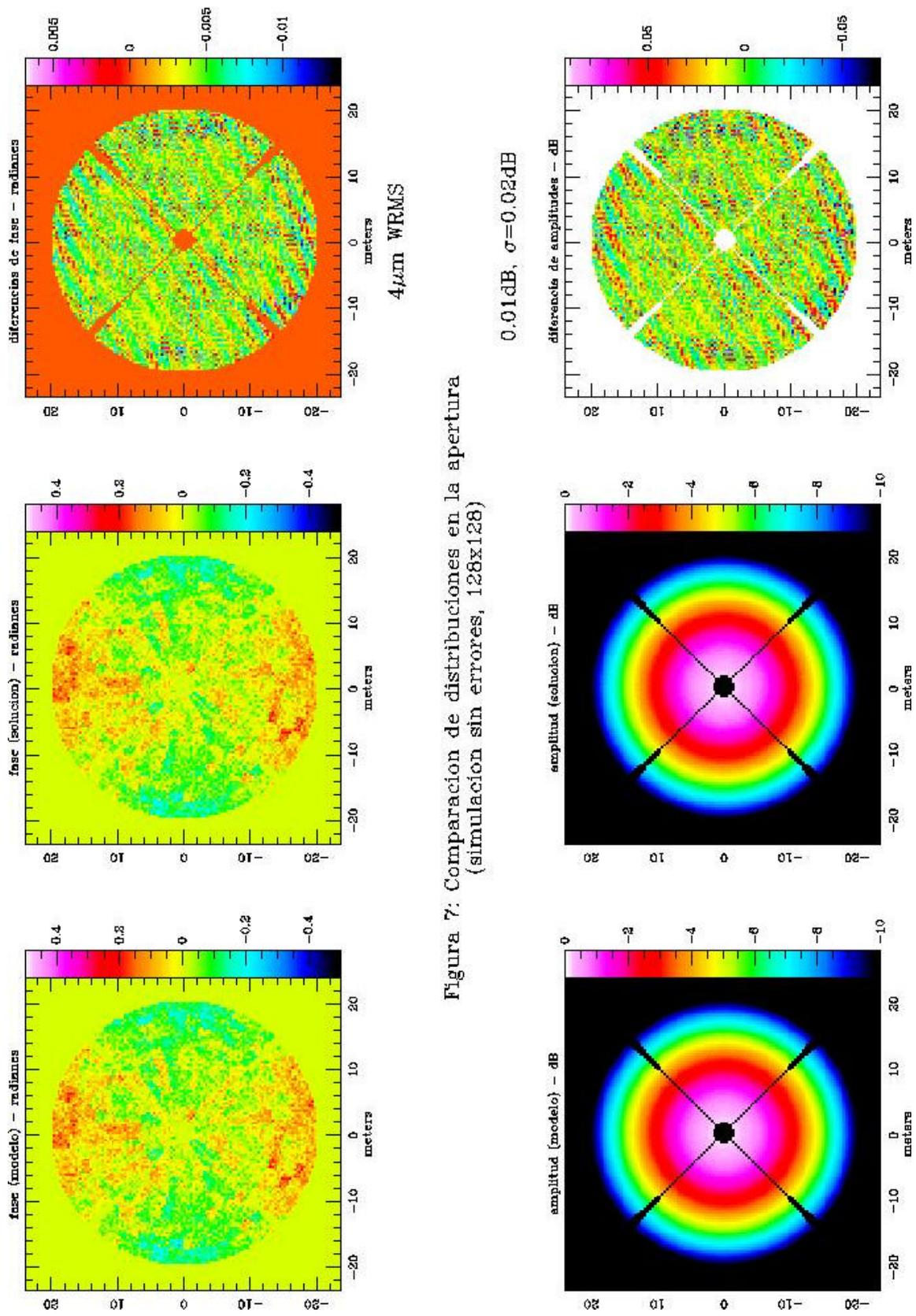


Figura 7: Comparacion de distribuciones en la apertura  
 (simulacion sin errores, 128x128)

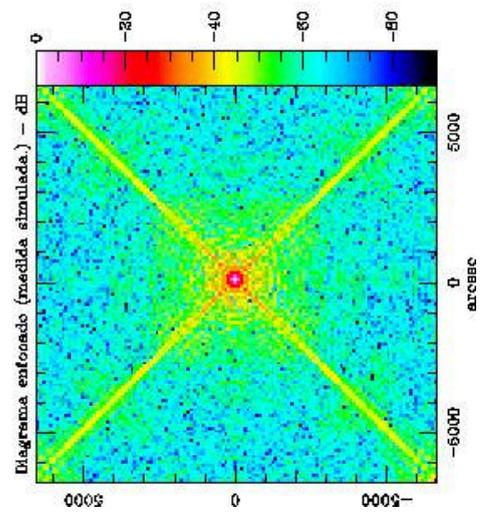
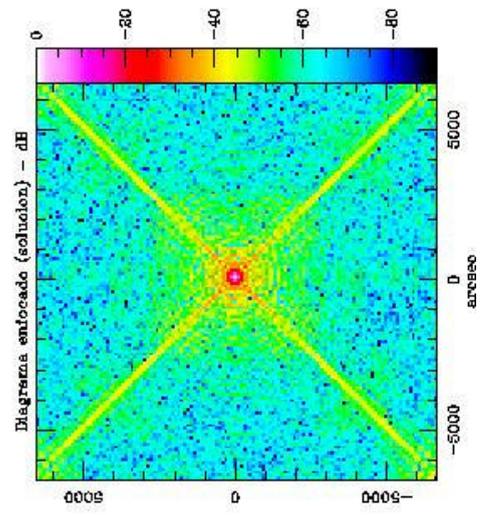
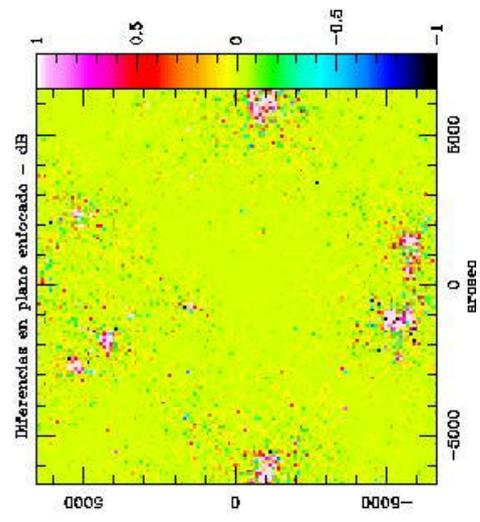
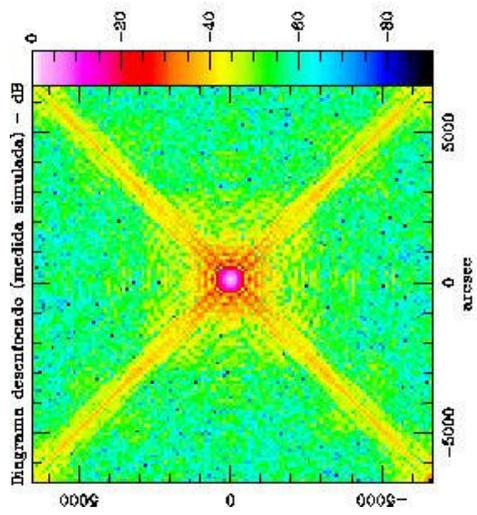
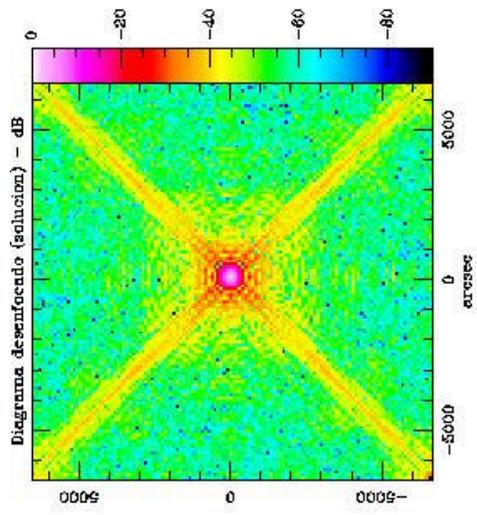
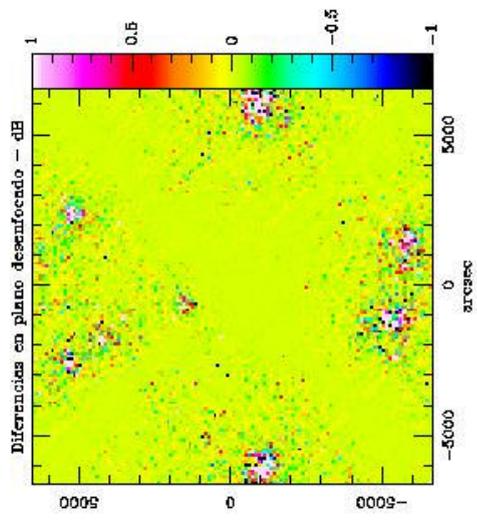


Figure 8: Comparacion de diagramas de radiacion (simulacion sin errores, 128x128)

La potencia del error del diagrama enfocado, calculado como fracción de la potencia total en el diagrama de radiación de la medida simulada, es del 0.0004%. Esto es simplemente el valor de la función de coste para el diagrama de radiación calculado tras promediar las soluciones de las cinco ejecuciones del algoritmo de Misell.

	Error residual de la fase WRMS	Error de amplitud	Función de coste de la solución
128 x 128	4 $\mu\text{m}$	0.01dB ( $\sigma=0.02\text{dB}$ )	0.0004%
64 x 64	2 $\mu\text{m}$	0.02dB ( $\sigma=0.02\text{dB}$ )	0.0001%

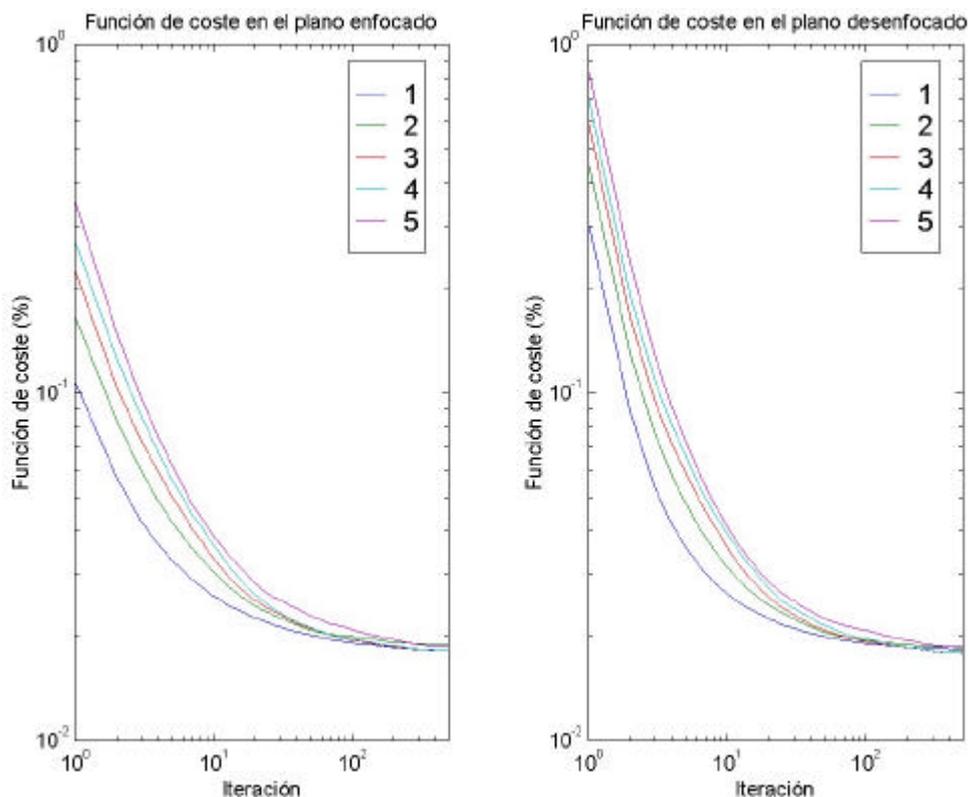
**Tabla 3: Resultados de la simulación libre de errores.**

### III.2. Simulación con ruido de sistema.

Para evaluar el efecto del ruido del sistema en el algoritmo de recuperación de la fase, se ha realizado una simulación sólo con esta contribución de error, o sea, con los siguientes valores de los parámetros de error:

- Temperatura equivalente de ruido del sistema = 145 K
- Error de medida =  $\pm 0.0$  dB
- Error RMS de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada = 0"

La figura 9 muestra la evolución de la función de coste en ambos planos (enfocado y desenfocado) en función del progreso de las iteraciones.



**Figura 9: Evolución de la función de coste (caso sólo con ruido de sistema, 128x128 puntos).**

Las cinco ejecuciones convergen hacia un valor similar de la función de coste (0.025% en el plano enfocado y 0.03% en el desenfocado). Este valor no es nulo debido, fundamentalmente, al ruido del sistema introducido en las medidas simuladas del diagrama de radiación, lo que implica que la antena modelo no está siendo recuperada perfectamente.

La figura 10 muestra la comparación entre las distribuciones de amplitud y fase de la antena modelo y de la antena recuperada, así como la diferencia entre ambas. Como era de esperar, ambos mapas de diferencia (en amplitud y en fase) son aleatorios y no hay efectos sistemáticos. El error residual de la fase es de  $51\mu\text{m}$  WRMS y el error medio de amplitud es de 0.2dB ( $\sigma = 0.3\text{dB}$ ).

Por su parte, la figura 11 muestra la comparación entre los diagramas de radiación usados como medidas simuladas y los diagramas de radiación obtenidos como solución al promediar los resultados de las cinco ejecuciones del algoritmo, así como la diferencia entre cada pareja. Puede verse como los errores son mayores donde los diagramas tienen menor amplitud.

La potencia del error del diagrama enfocado, calculado como fracción de la potencia total en el diagrama de radiación de la medida simulada, es del 0.025%. Esto es simplemente el valor de la función de coste para el diagrama de radiación calculado tras promediar las soluciones de las cinco ejecuciones del algoritmo de Misell.

	Error residual de la fase WRMS	Error de amplitud	Función de coste de la solución
128 x 128	51 $\mu\text{m}$	0.2dB ( $\sigma=0.3\text{dB}$ )	0.025%

**Tabla 4: Resultados de la simulación con ruido de sistema sólo.**

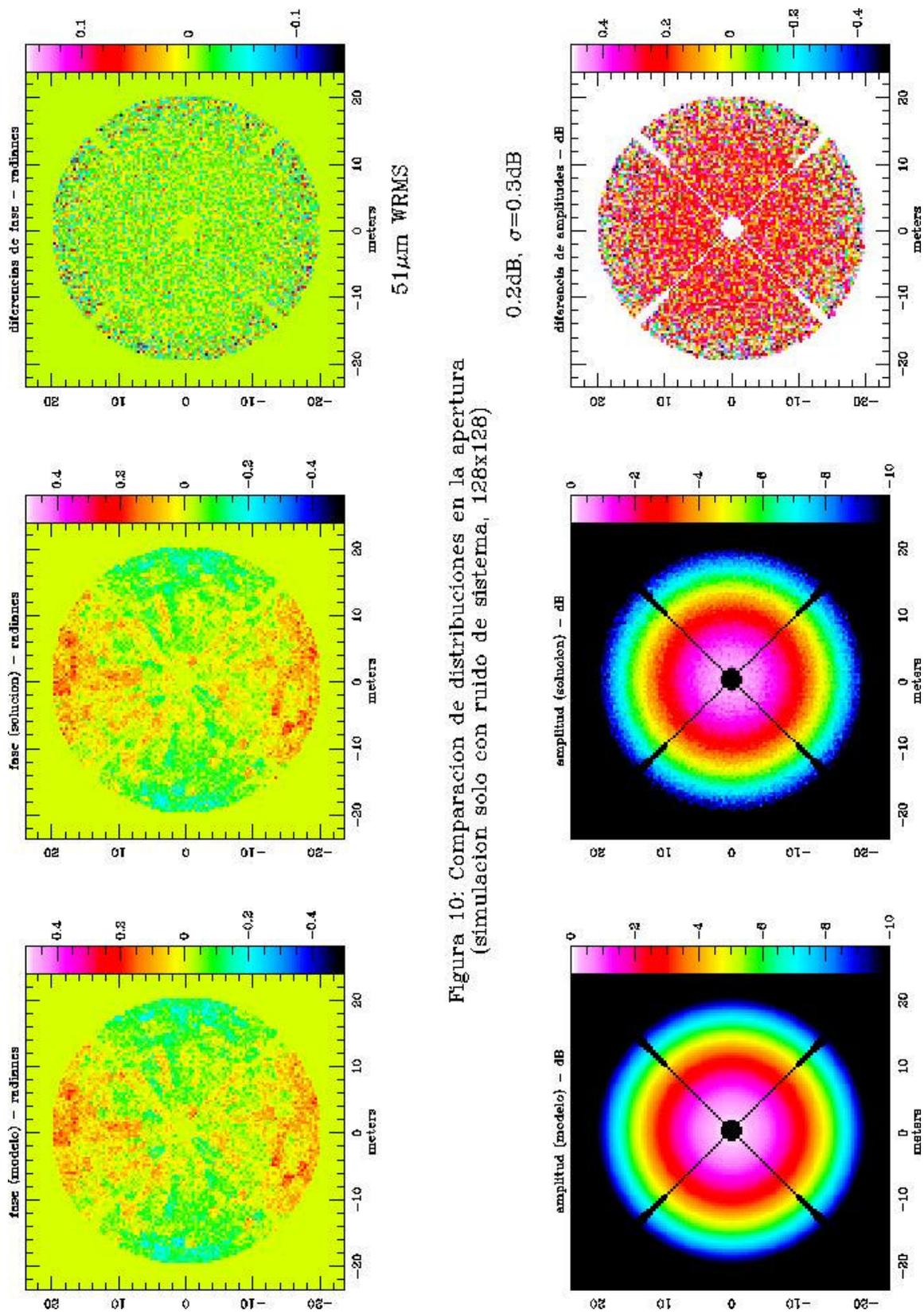


Figura 10: Comparacion de distribuciones en la apertura  
 (simulacion solo con ruido de sistema, 128x128)

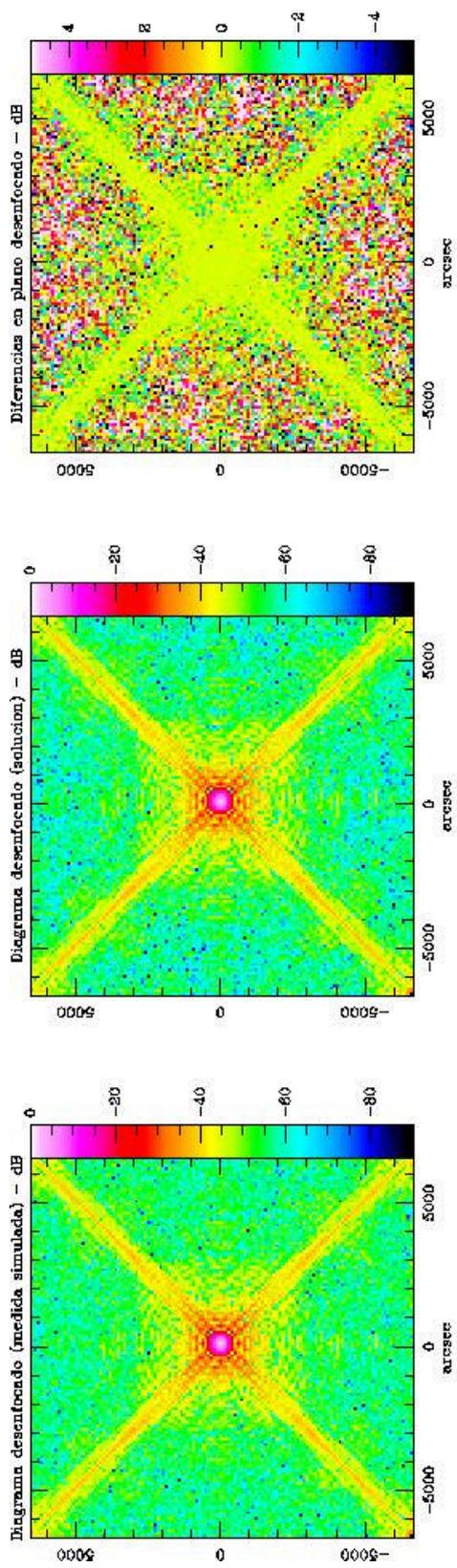
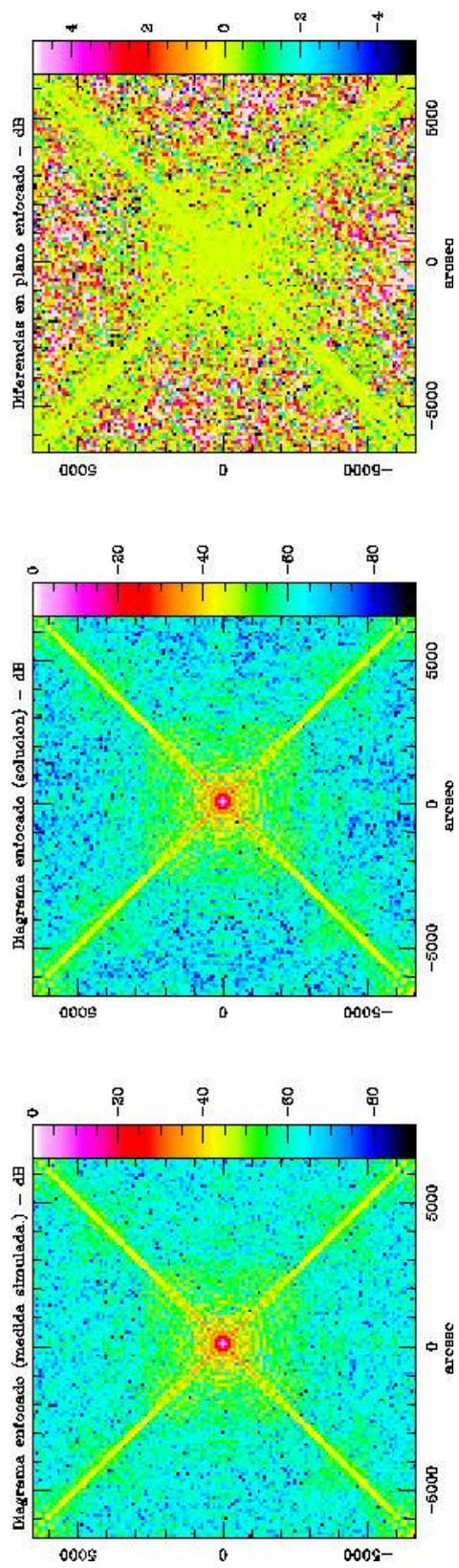


Figure 11: Comparacion de diagramas de radiacion (simulacion solo con ruido de sistema, 128x128)



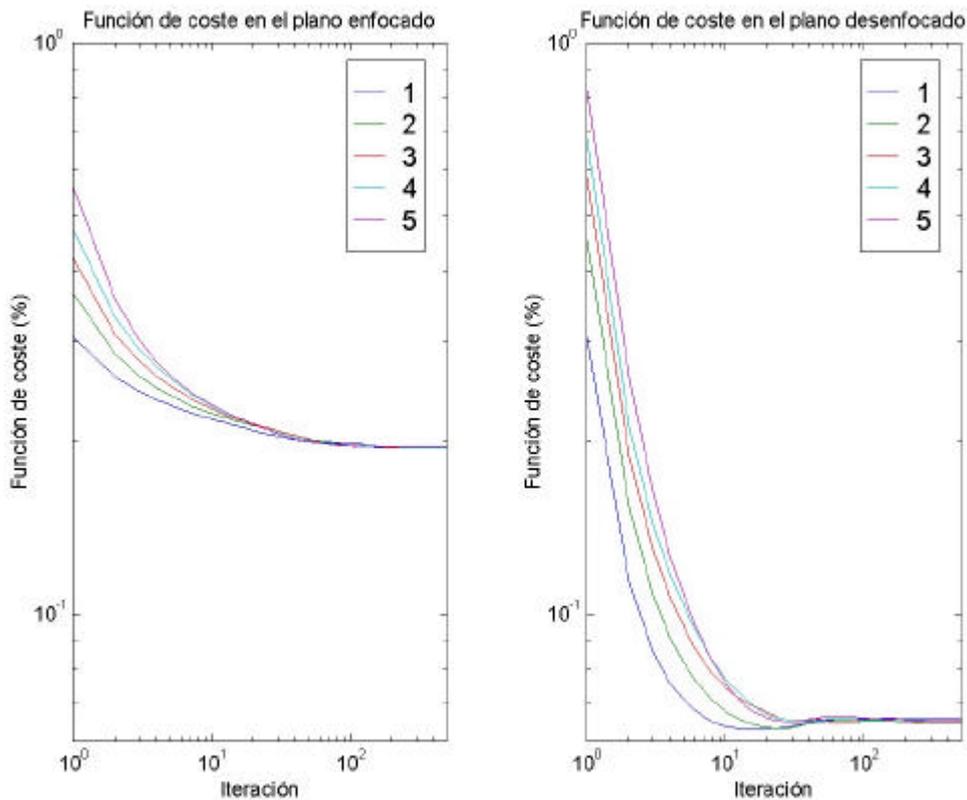
### III.3. Simulación con errores de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada.

Esta simulación muestra el efecto de los errores de puntería y las fluctuaciones del ángulo de llegada de la señal procedente del satélite sobre el algoritmo de recuperación de la fase. Ambos efectos se consideran y simulan juntos porque las fluctuaciones del ángulo de llegada pueden considerarse con errores de puntería, al fin y a l cabo.

Los parámetros de error para la simulación serán, por tanto:

- Temperatura equivalente de ruido del sistema = 0 K
- Error de medida =  $\pm 0.0$  dB
- Error RMS de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada = 6"

La figura 12 muestra la evolución de la función de coste en ambos planos (enfocado y desenfocado) en función del progreso de las iteraciones.



**Figura 12: Evolución de la función de coste (caso sólo con errores de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada, 128x128 puntos).**

Nuevamente, las cinco ejecuciones convergen hacia un valor similar de la función de coste (0.17% en el plano enfocado y 0.07% en el plano desenfocado), que es no nulo debido también a los errores introducidos y a la cantidad de variables que maneja el algoritmo.

Por tanto, la antena modelo no es recuperada perfectamente, como muestra la figura 13. El error residual de la fase es de  $108\mu\text{m}$  WRMS y el error medio de amplitud es de  $0.7\text{dB}$  ( $\sigma = 1.1\text{dB}$ ). En este caso, los mapas de diferencias muestran errores a gran escala que son debidos a los errores y fluctuaciones de puntería introducidos. Recuérdese que errores de puntería pueden generar gradientes de fase en el plano de apertura e, incluso, aberraciones como coma.

Por su parte, la figura 14 muestra la comparación entre los diagramas de radiación usados como medidas simuladas y los diagramas de radiación obtenidos como solución al promediar los resultados de las cinco ejecuciones del algoritmo, así como la diferencia entre cada pareja.

La potencia del error del diagrama enfocado, calculado como fracción de la potencia total en el diagrama de radiación de la medida simulada, es del  $0.17\%$ .

	Error residual de la fase WRMS	Error de amplitud	Función de coste de la solución
128 x 128	$108\mu\text{m}$	$0.7\text{dB}$ ( $\sigma=1.1\text{dB}$ )	$0.17\%$

**Tabla 5: Resultados de la simulación con errores de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada sólo.**

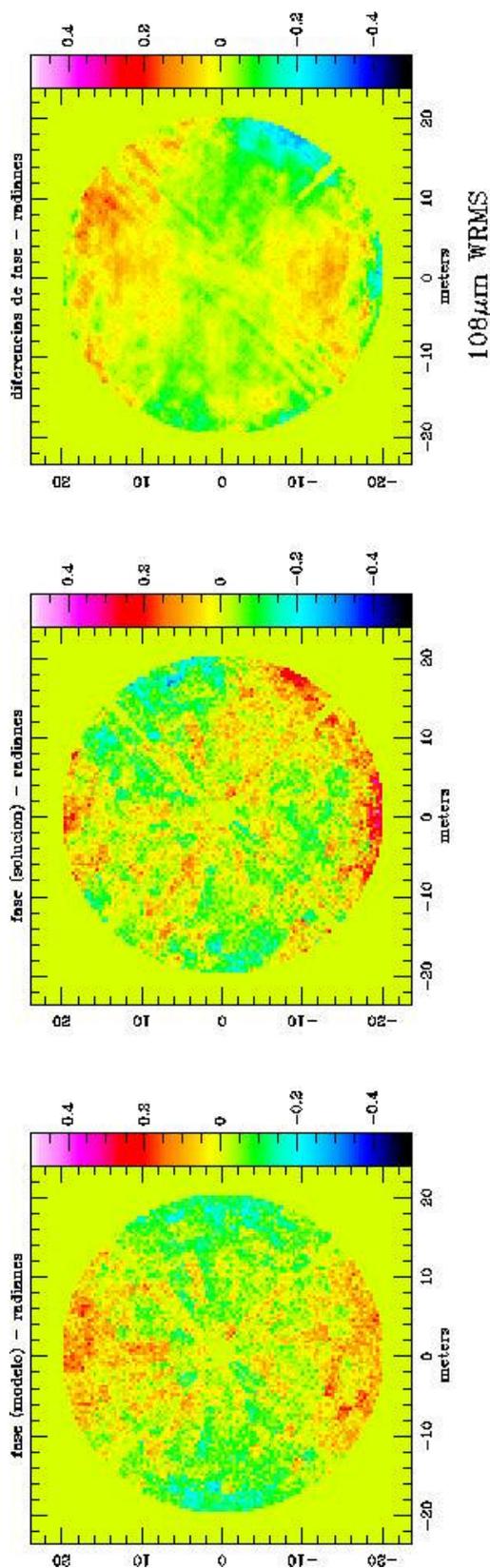
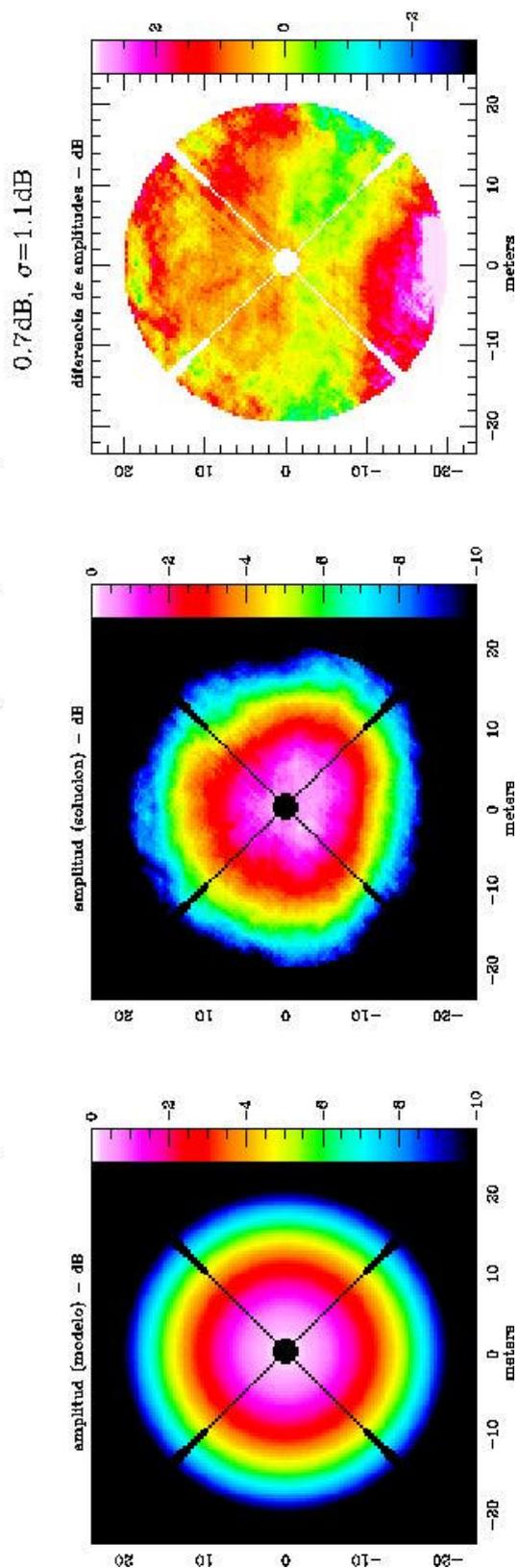


Figura 13: Comparacion de distribuciones en la apertura (simulacion solo con errores de punteria, 128x128)



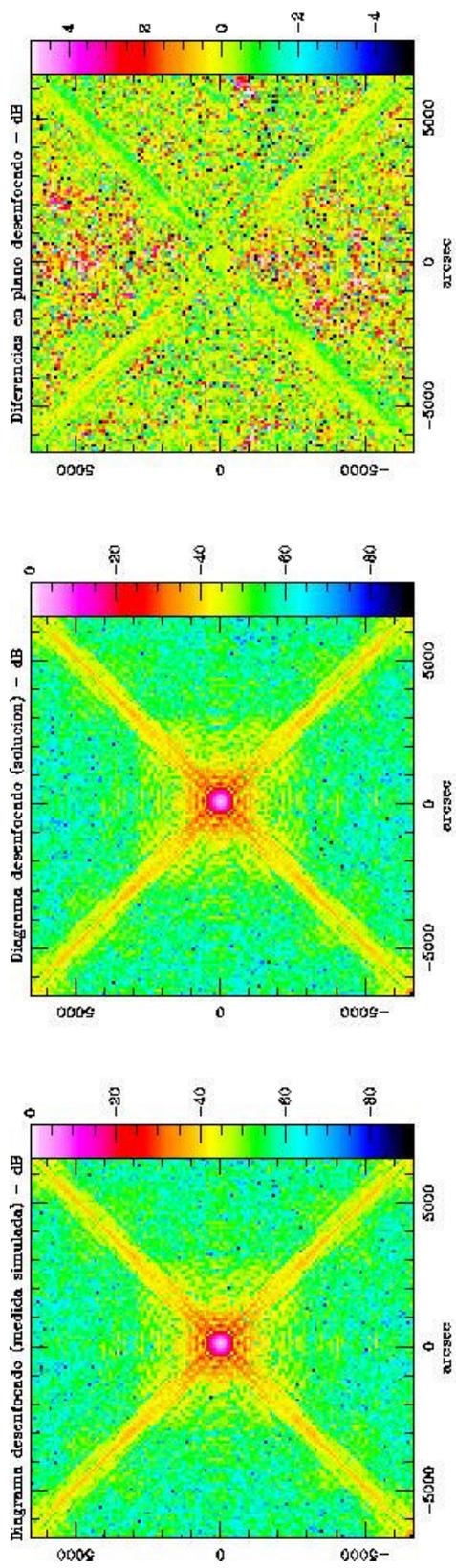
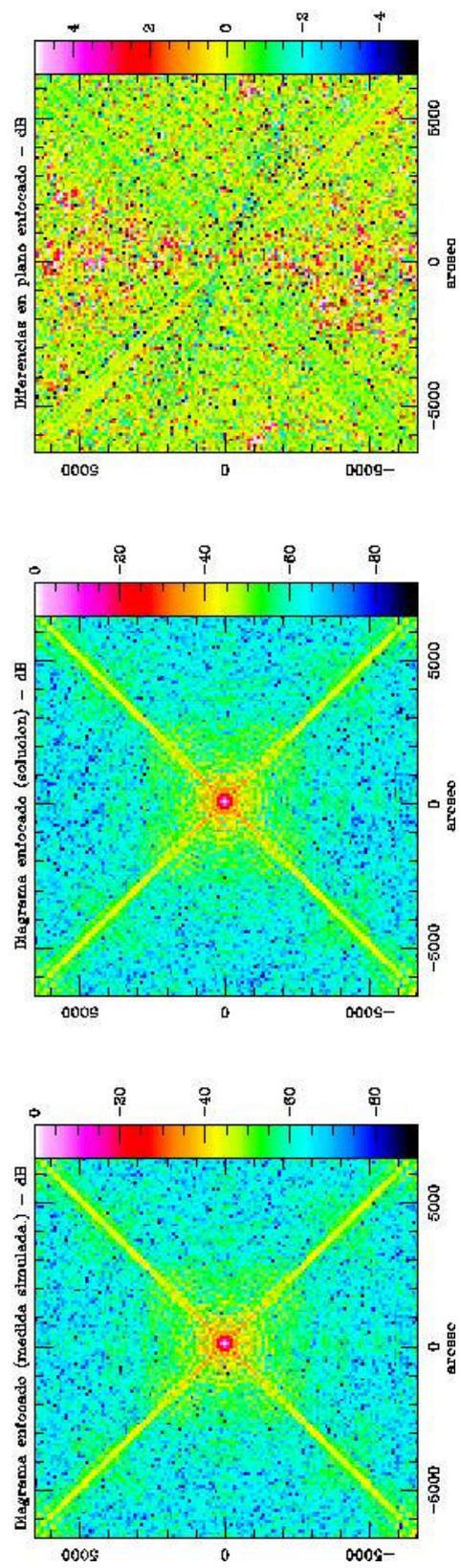


Figure 14: Comparacion de diagramas de radiacion (simulacion solo con errores de punteria, 128x128)

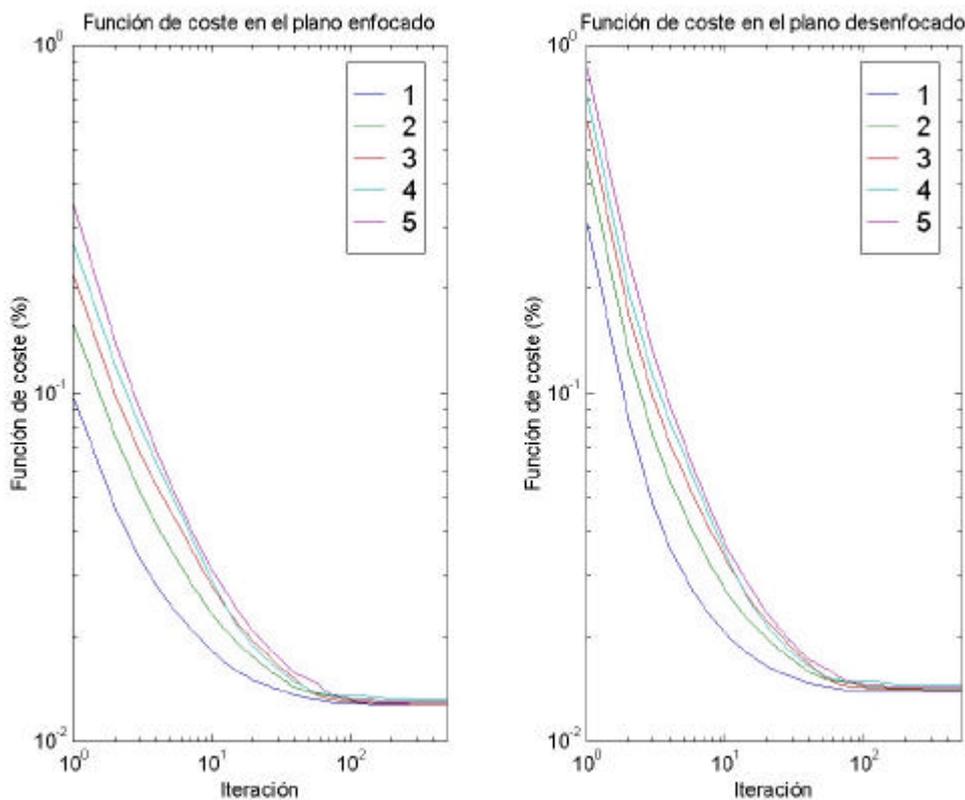


### III.4. Simulación con errores de medida.

El propósito de esta simulación es evaluar el efecto conjunto de errores de medida de amplitud y fluctuaciones de ganancia. Los parámetros son los siguientes:

- Temperatura equivalente de ruido del sistema = 0 K
- Error de medida =  $\pm 0.3$  dB
- Error RMS de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada = 0"

La figura 15 muestra la evolución de la función de coste en ambos planos (enfocado y desenfocado) en función del progreso de las iteraciones.



**Figura 15: Evolución de la función de coste (caso sólo con errores de medida, 128x128 puntos).**

Las cinco ejecuciones convergen hacia un valor similar de la función de coste (0.016% en el plano enfocado y 0.017% en el plano desenfocado).

Por un lado, la figura 16 muestra la comparación entre las distribuciones en la apertura. El error residual de la fase es de  $31 \mu\text{m}$  WRMS y el error medio de amplitud es de 0.13dB ( $\sigma = 0.2\text{dB}$ ).

Por otro lado, la figura 17 muestra la comparación entre los diagramas de radiación usados como medidas simuladas y los diagramas de radiación obtenidos como solución al promediar los resultados de las cinco ejecuciones del algoritmo, así como la diferencia entre cada pareja.

La potencia del error del diagrama enfocado calculado como fracción de la potencia total en el diagrama de radiación de la medida simulada es del 0.016%.

	Error residual de la fase WRMS	Error de amplitud	Función de coste de la solución
128 x 128	31 $\mu\text{m}$	0.13dB ( $\sigma=0.2\text{dB}$ )	0.016%

**Tabla 6: Resultados de la simulación con errores de medida sólo.**

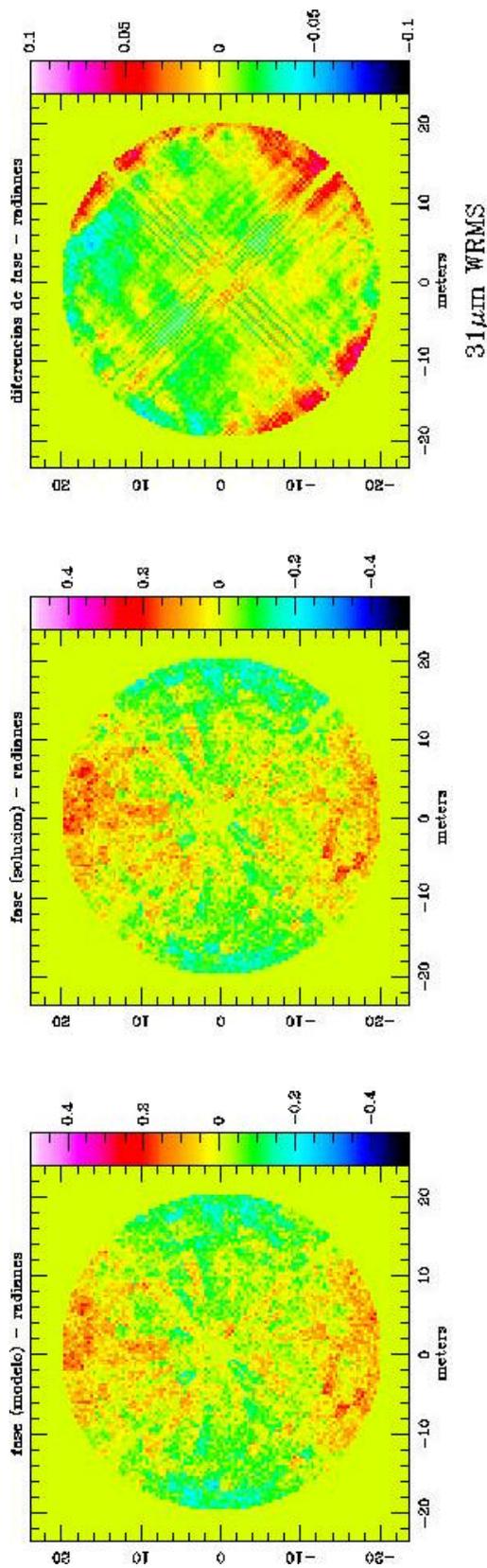
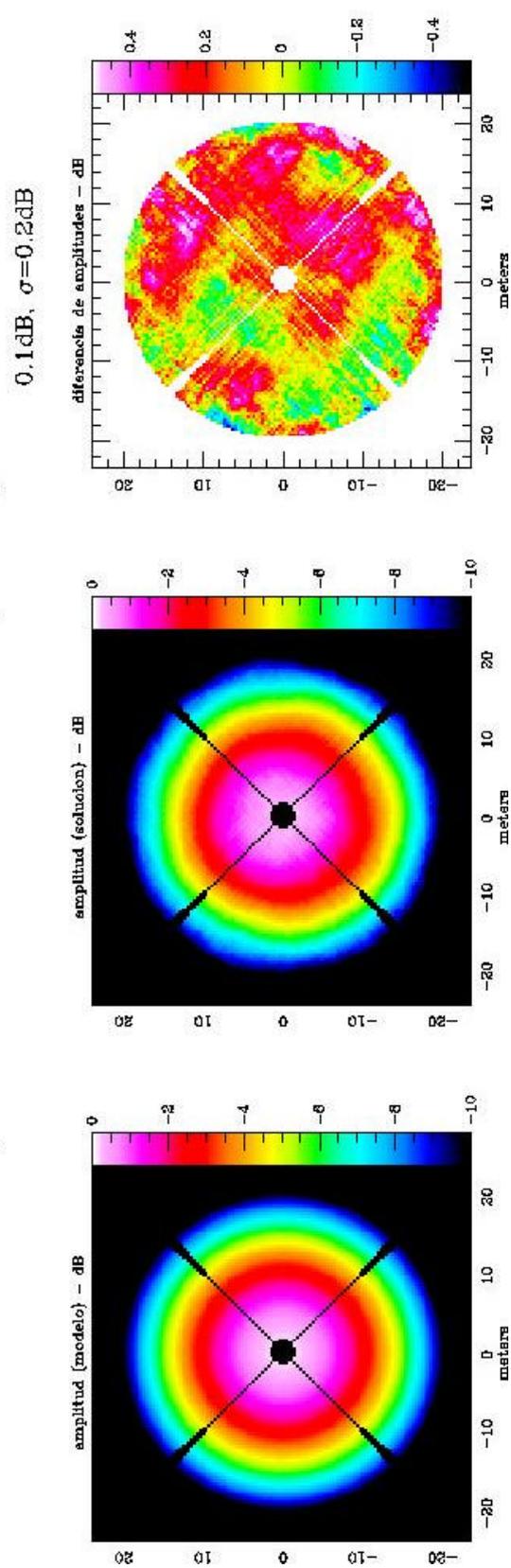


Figura 16: Comparacion de distribuciones en la apertura (simulacion solo con errores de medida, 128x128)



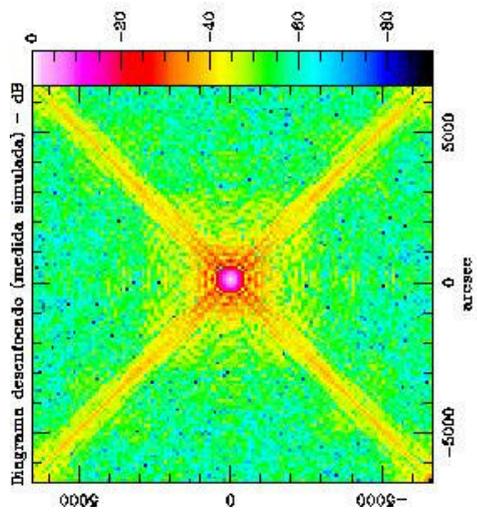
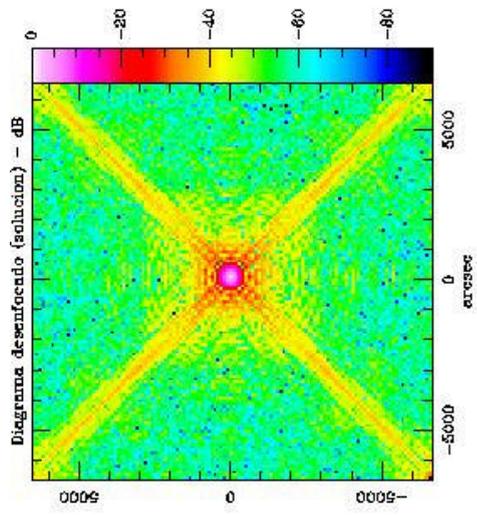
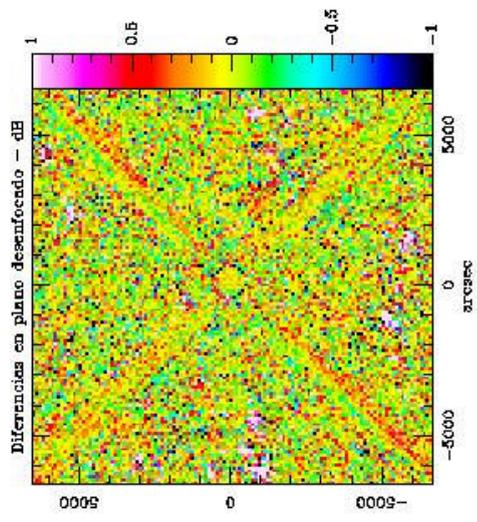
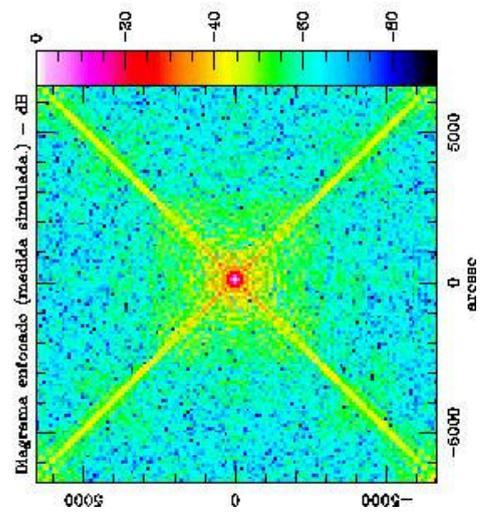
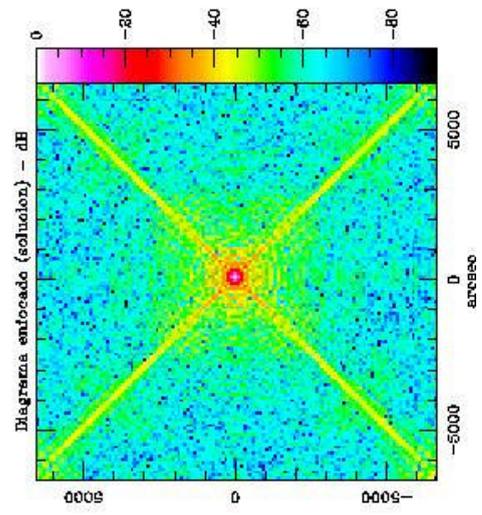
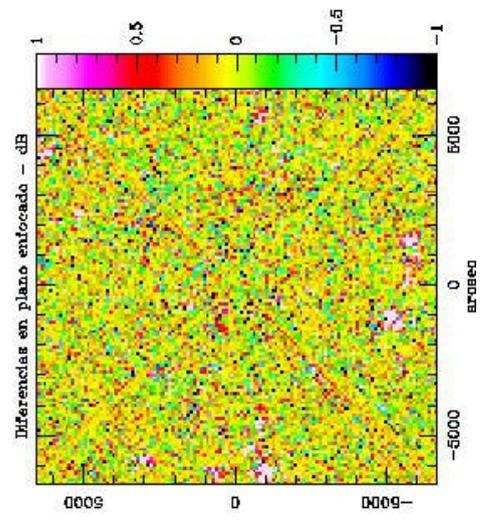


Figure 17: Comparacion de diagramas de radiacion (simulacion solo con errores de medida, 128x128)

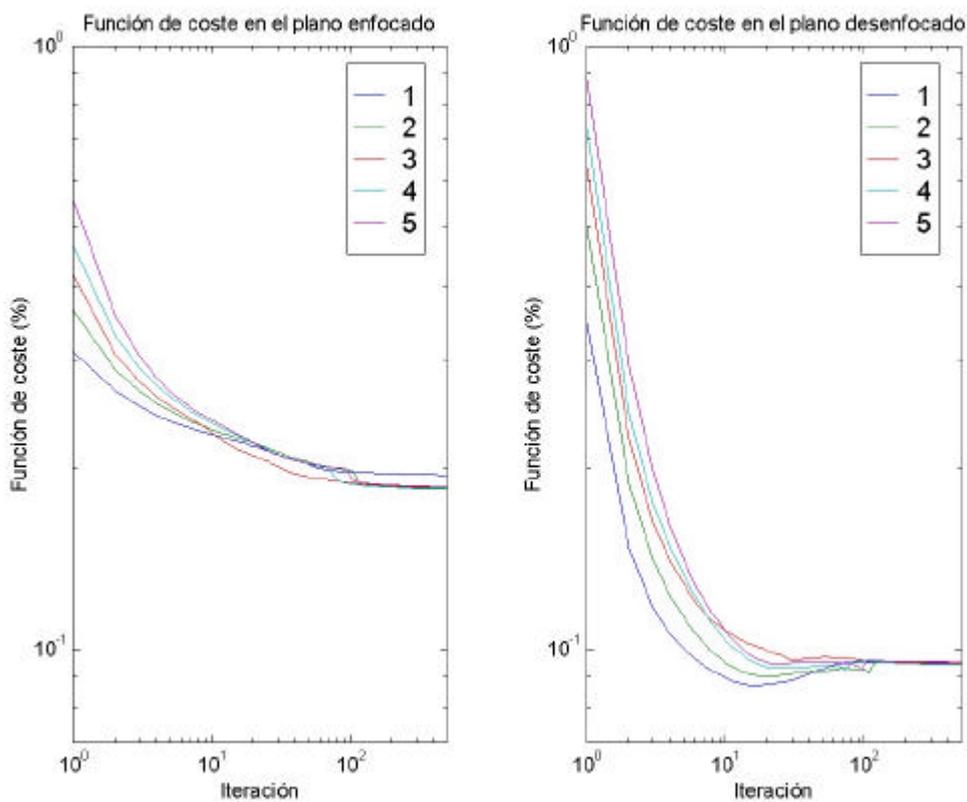


### III.5. Simulación con todas las fuentes de error.

Las simulaciones anteriores han sido realizadas, como si dijo anteriormente, para evaluar el impacto de cada fuente de error independientemente de las demás y para ver si hay un tipo de error dominante. Finalmente, la quinta y última simulación incluirá todas las fuentes de error simultáneamente:

- Temperatura equivalente de ruido del sistema = 145 K
- Error de medida =  $\pm 0.3$  dB
- Error RMS de puntería y fluctuaciones del ángulo de llegada = 6"

La figura 18 muestra la evolución de la función de coste en ambos planos (enfocado y desenfocado) en función del progreso de las iteraciones.



**Figura 18: Evolución de la función de coste (caso con todos los errores, 128x128 puntos).**

La figura 19 muestra que el error residual de la fase es de  $122\mu\text{m}$  WRMS y el error medio de amplitud es de 0.8dB ( $\sigma = 1.3\text{dB}$ ).

Finalmente, la figura 14 muestra la comparación entre los diagramas de radiación.

La potencia del error del diagrama enfocado calculado como fracción de la potencia total en el diagrama de radiación de la medida simulada es del 0.19%.

	Error residual de la fase WRMS	Error de amplitud	Función de coste de la solución
128 x 128	122 $\mu\text{m}$	0.8dB ( $\sigma=1.3\text{dB}$ )	0.19%

**Tabla 7: Resultados de la simulación con todos los errores.**

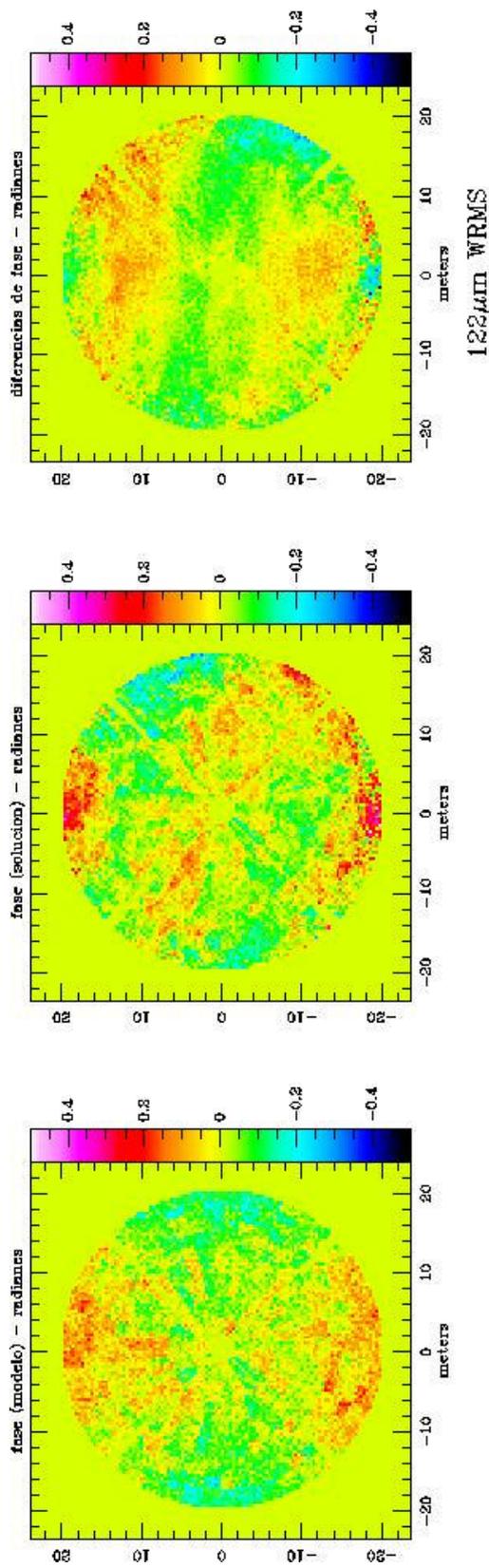
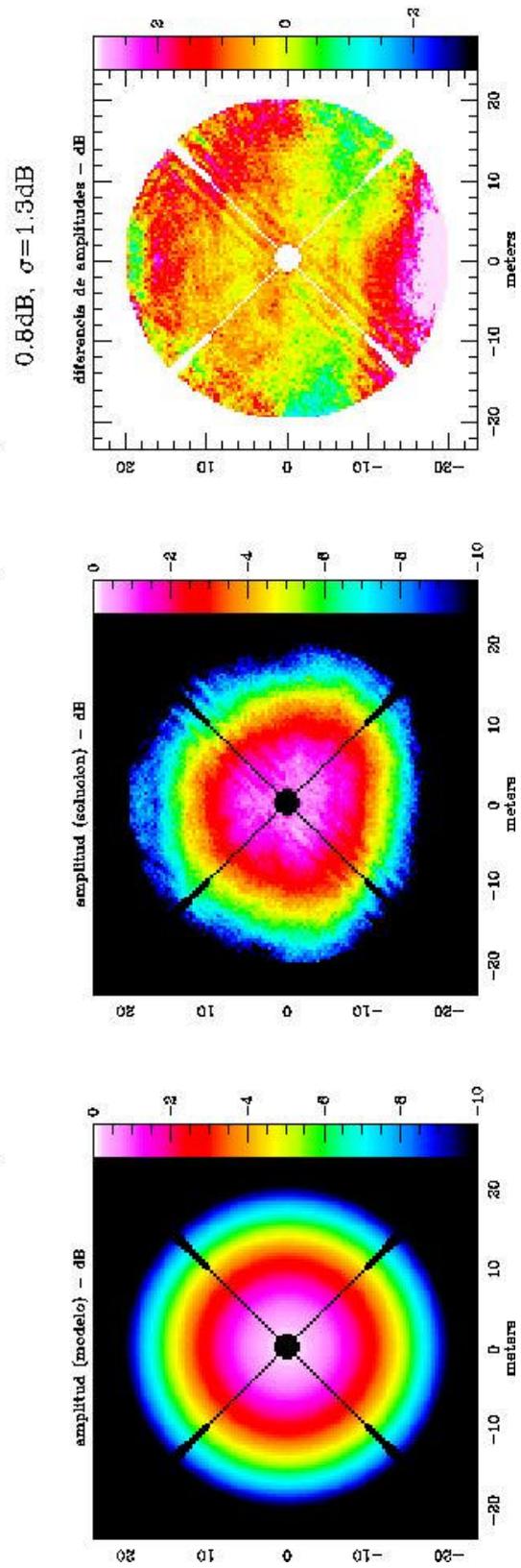


Figura 19: Comparacion de distribuciones en la apertura (simulacion con todas las fuentes de ruido, 128x128)



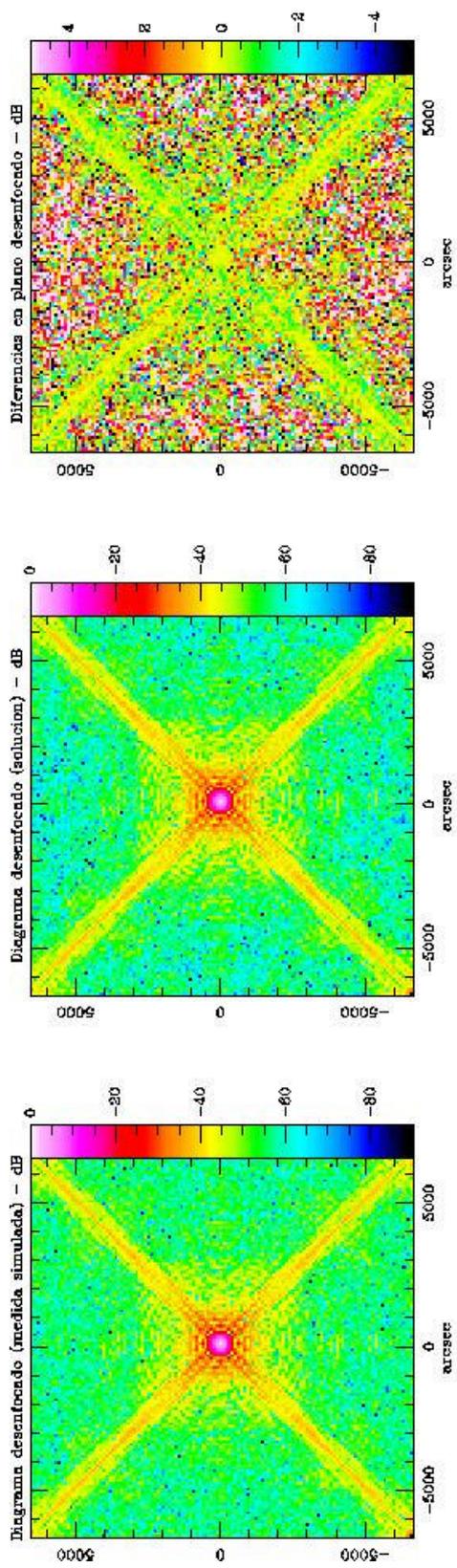
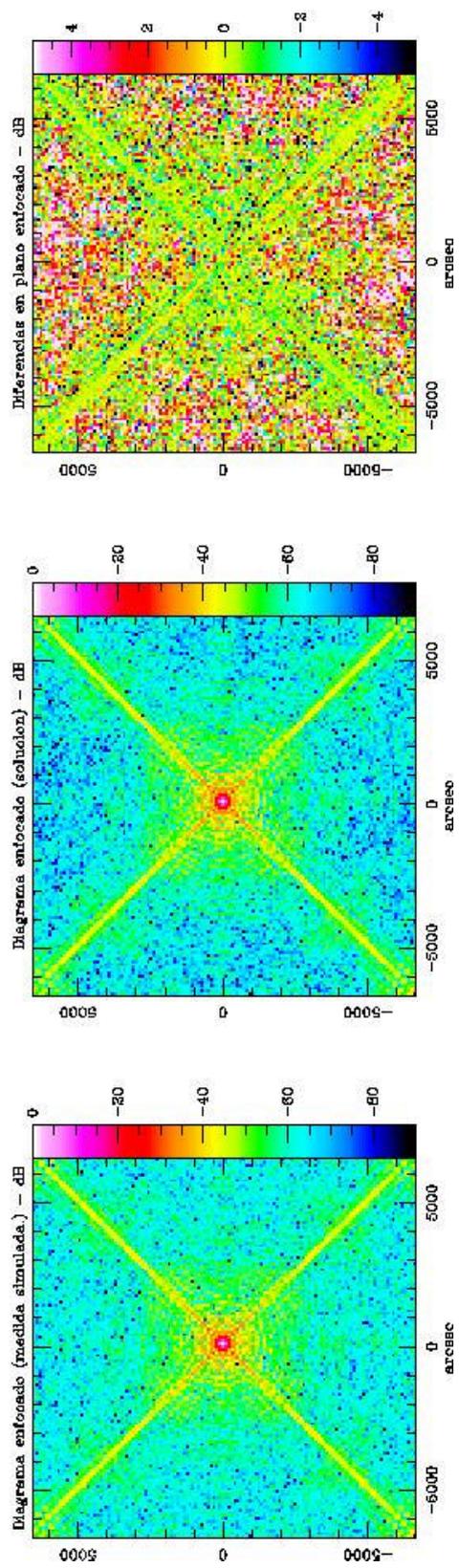


Figure 20: Comparacion de diagramas de radiacion (simulacion con todas las fuentes de ruido, 128x128)



## IV. Conclusiones.

Los resultados de las simulaciones llevadas a cabo se resumen en la tabla siguiente:

Caso	Error residual de la fase WRMS	Error de amplitud
<i>Sólo ruido de sistema</i>	51 $\mu\text{m}$	0.2dB ( $\sigma=0.3\text{dB}$ )
<i>Sólo errores de puntería y fluctuaciones de ángulo de llegada</i>	108 $\mu\text{m}$	0.7dB ( $\sigma=1.1\text{dB}$ )
<i>Sólo errores de medida</i>	31 $\mu\text{m}$	0.13dB ( $\sigma=0.2\text{dB}$ )
<i>RSS</i>	<i>123 mm</i>	
<b><i>Todos los errores</i></b>	<b>122 mm</b>	<b>0.8dB (<math>\sigma=1.3\text{dB}</math>)</b>

**Tabla 8: Resumen de los resultados de las simulaciones.**

Puede comprobarse que si se calcula la suma de los errores residuales creados por cada fuente de error (sumando en sentido RSS, como indica la ecuación 7) se obtiene 123 $\mu\text{m}$ , lo cual es un valor que coincide perfectamente con el resultado de la simulación de todos los errores.

$$\sqrt{51^2 + 108^2 + 31^2} = 123 \quad (7)$$

Esto certifica que las fuentes de error son independientes, como era de esperar, y que el error total producido por todas ellas es igual a la suma, en sentido RSS, de cada una de sus contribuciones al error.

Por otro lado, se puede comprobar que los errores de puntería y las fluctuaciones del ángulo de llegada son una fuente de error dominante, ya que su contribución al error (108 $\mu\text{m}$ ) es mucho mayor que la contribución de las demás. Por tanto, si se adoptase este método, habría que tener especial cuidado y realizar las medidas durante condiciones meteorológicas de temperatura ambiente estable, con baja humedad y poco o ningún viento.

La simulación con todos los errores, y la suma RSS de la contribución de cada fuente, coinciden en que el error del sistema de holografía que utilizase el método de recuperación de la fase y tuviese los parámetros considerados en el apartado II.1, sería 122 $\mu\text{m}$ .

El error medio de amplitud es de 0.8dB ( $\sigma=1.3\text{dB}$ ), si bien este error es menos importante, ya que la información del estado de la superficie se encuentra en el mapa de la distribución de fase en la apertura. Sin embargo, esto podría conducir a falsas interpretaciones de la iluminación del reflector primario.

Estimando un tiempo de 60 segundos<sup>3</sup> en cada fila del mapa a medir para el movimiento de la antena de una fila a otra e incluyendo tiempos de establecimiento de la posición, se tiene que, para un tiempo de integración típico de 0.25 segundos, la duración total de la medida de dos mapas sería de 6.6 horas (2 mapas x [128 filas x 60s/fila + 128 filas x 128 columnas x 0.25s/punto]).

<sup>3</sup> Valor típico para el radiotelescopio de 30 metros de IRAM en Pico Veleta.

## Referencias bibliográficas.

- [1] José A. López Pérez: "Introducción a las técnicas holográficas para la caracterización de superficies reflectoras". Primera parte del informe: "Sistemas de holografía de microondas para caracterización de superficies reflectoras". Informe Técnico OAN 2004-1. Enero 2004.
- [2] José A. López Pérez: "Identificación de radiofuentes útiles para el sistema de holografía. Parámetros de muestreo y posición del receptor". Segunda parte del informe: "Sistemas de holografía de microondas para caracterización de superficies reflectoras". Informe Técnico OAN 2004-2. Febrero 2004.
- [3] J. R. Fienup: "Phase retrieval algorithms: a comparison". Applied Optics, Vol.21, No.15, Aug.1982, pp. 2758-2769.
- [4] D. L. Misell: "A method for the solution of the phase problem in electron microscopy". J. Phys. D: Appl. Phys., Vol. 6, L6, 1973.
- [5] D. Morris: "Phase retrieval in the radio holography of reflector antennas and radio telescopes". IEEE Trans. Ant. and Prop., AP33, 749, 1985.
- [6] D. Morris, H. Hein, H. Steppe, J. W. M. Baars: "Phase retrieval radio holography in the Fresnel region: Tests on the 30m telescope at 86 GHz". IEE Proceedings-H, Vol. 135, No. 1, pp. 61-64, Feb. 1988.
- [7] J. Ellder, L. Lundahl and D. Morris: "Test of phase retrieval holography on the Onsala 20m radiotelescope". Electronics Letters, 20, 709, 1984.
- [8] D. Morris, J. H. Davis and C. E. Mayer: "Experimental assessment of phase retrieval holography of a radiotelescope". IEE Proceedings-H, Vol. 138, No. 3, pp. 243-247, June 1991.
- [9] W. Reich, E. Fürst, "Holographic Measurements of the Effelsberg 100m Radiotelescope via Phase Retrieval". Technischer Bericht Nr. 79, December 1999. Max-Planck Institut für Radioastronomie.
- [10] J. E. Garrido et al: "Improvement of a Cassegrain Antenna by Secondary Surface Corrections". Microwave Journal, March 1999, Vol. 42, No. 3, 82-98.
- [11] D. Tarchi, G. Comoretto: "Holographic measurement on Medicina radio telescope using artificial satellites at 11 GHz". Astron. Astrophys. 275, 679-685 (1993).
- [12] W. Fuhr et al: "Surface adjustment of the KOSMA 3m telescope using phase retrieval holography". Astron. Astrophys. 274, 975-982 (1993).
- [13] J. Ruze: "Small Displacements in Parabolic Reflectors". MIT, Feb, 1969.

## **Acrónimos.**

ALMA	Atacama Large Millimeter Array
CAY	Centro Astronómico de Yebes
PIRE	Potencia isotrópica radiada equivalente.
ETSIT	Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación.
FED	Effective focal ratio
LHCP	Left handed circular polarization
LNA	Low Noise Amplifier
OAN	Observatorio Astronómico Nacional
RHCP	Right-handed circular polarization
RMS	Root Mean Square
RSS	Root Sum Square
SABOR	Software for Analysis of Horns and Reflectors
SSB	Single Side Band
SSR	Departamento de Señales, Sistemas y Radiocomunicaciones