

Informe Técnico OAN 2004-1

**SISTEMAS DE HOLOGRAFÍA DE MICROONDAS PARA  
CARACTERIZACIÓN DE SUPERFICIES REFLECTORAS**

PRIMERA PARTE

**Introducción a las técnicas holográficas para la  
caracterización de superficies reflectoras**

Enero, 2004.

José Antonio López Pérez.  
CAY/OAN/IGN

## INTRODUCCIÓN

El informe denominado “*Sistemas de holografía de microondas para caracterización de superficies reflectoras*” tiene por objetivo el análisis y diseño preliminar de un sistema que sea capaz de determinar las deformaciones que se producen en la superficie de las grandes antenas reflectoras debido a efectos gravitacionales y a gradientes de temperatura a lo largo de la antena.

Estas grandes antenas son usadas fundamentalmente en el campo de la Radioastronomía<sup>1</sup> y de las comunicaciones con sondas enviadas al espacio profundo, dado que en ambos casos se necesitan antenas de elevada ganancia para poder captar señales muy débiles. Por ello, el análisis y el diseño del sistema de holografía estará enfocado hacia su implementación en el futuro radiotelescopio de 40 metros del Observatorio Astronómico Nacional en el Centro Astronómico de Yebes.

El informe se dividirá en varias partes:

1ª Introducción a las diferentes técnicas de medida de la superficie de grandes antenas reflectoras, haciendo hincapié en las holográficas, ya que son las que mejores resultados ofrecen. Esta parte se recoge en las secciones siguientes del presente informe.

2ª Identificación de radiofuentes útiles para el sistema de holografía, tales como:

- Radiofuentes naturales (planetas, máseres y cuásares)
- Radiofuentes artificiales (satélites artificiales y transmisores terrestres)

atendiendo a:

- Frecuencia y potencia de la señal emitida (a mayor frecuencia y mayor potencia, menor error del sistema de medida),
- Elevación a la que se realizaría la medida (interesa poder medir la superficie del reflector a varias elevaciones para evaluar la influencia de la gravedad sobre la estructura),
- Tiempo de vida de la radiofuente.

3ª Obtención de los parámetros de muestreo del diagrama de radiación del radiotelescopio, para la realización de las medidas holográficas, a partir de la resolución deseada en el plano de la apertura.

4ª Análisis del emplazamiento óptimo del receptor de holografía, estudiando las ventajas e inconvenientes de situarlo en:

- Foco primario del reflector principal,
- Foco secundario del sistema *Cassegrain*.

atendiendo a:

- Espacio disponible para su instalación,
- Facilidad de instalación y posibilidad de instalación permanente.
- Facilidad de conmutación entre observaciones astronómicas y observaciones holográficas.

---

<sup>1</sup> De ahí que también se denominen radiotelescopios.

Una vez definida la frecuencia del sistema de holografía y su emplazamiento en el radiotelescopio, por los resultados de los trabajos anteriores, se llevarán a cabo las siguientes tareas:

5ª Simulación de un sistema de holografía con recuperación de fase (*phase retrieval*) aplicado al radiotelescopio de 40 metros.

- Descripción del algoritmo de Misell y del sistema de holografía con recuperación de fase.
- Simulación aplicada al radiotelescopio de 40 metros.
- Discusión de los resultados de la simulación.

6ª Simulación de un sistema de holografía coherente (con medida de fase) aplicado al radiotelescopio de 40 metros.

- Descripción del sistema de holografía coherente.
- Simulación aplicada al radiotelescopio de 40 metros.
- Discusión de los resultados de la simulación.

Ambas tareas (5ª y 6ª) simularán medidas del diagrama de radiación perturbado por ruido del sistema y fluctuaciones del ángulo de llegada de la señal. A partir de estas medidas simuladas, se obtendrá el campo en la apertura y, después, el mapa de error en la superficie del reflector principal. Así se podrá evaluar la calidad de cada sistema.

7ª Comparación de ambos sistemas de holografía. Elección del más apropiado atendiendo al error del sistema y al tiempo necesario para las medidas.

8ª Diseño preliminar del receptor de holografía, incluyendo bocinas, sección RF, sección IF y sistema de adquisición de datos. Descripción de su integración en el radiotelescopio de 40 metros.

9ª Descripción de las tareas a realizar por el software de análisis de datos de holografía.

Estas nueve tareas serán recogidas dentro de una serie de informes, de los cuales este es el primero, que formarán el grueso de informe.

## CONTENIDO

<i>I. Introducción. Justificación de la necesidad de antenas de grandes dimensiones.</i>	5
<i>II. Breve comparación de las técnicas metroológicas.</i>	7
<i>III. Fundamentos teóricos.</i>	9
A. Relación entre el diagrama de radiación y el campo en la apertura.	9
B. Relación entre la fase del campo en la apertura y las deformaciones.	11
C. Parámetros de muestreo en la medida del diagrama de radiación.	12
<i>IV. Holografía con recuperación de fase (phase retrieval).</i>	16
A. Principios de medida.	16
B. Algoritmo de Misell.	16
C. Limitaciones del método de recuperación de la fase.	18
D. Holografía con recuperación de fase en el radiotelescopio de 14 metros del CAY.	19
<i>V. Holografía coherente o interferométrica.</i>	24
A. Principios de medida.	24
B. Limitaciones del método de holografía coherente.	25
C. Holografía coherente en el radiotelescopio de 30 metros de IRAM en Pico de Veleta.	27
<i>VI. Proceso de análisis de datos de holografía.</i>	30
<i>Referencias bibliográficas.</i>	31

## I. Introducción. Justificación de la necesidad de antenas de grandes dimensiones.

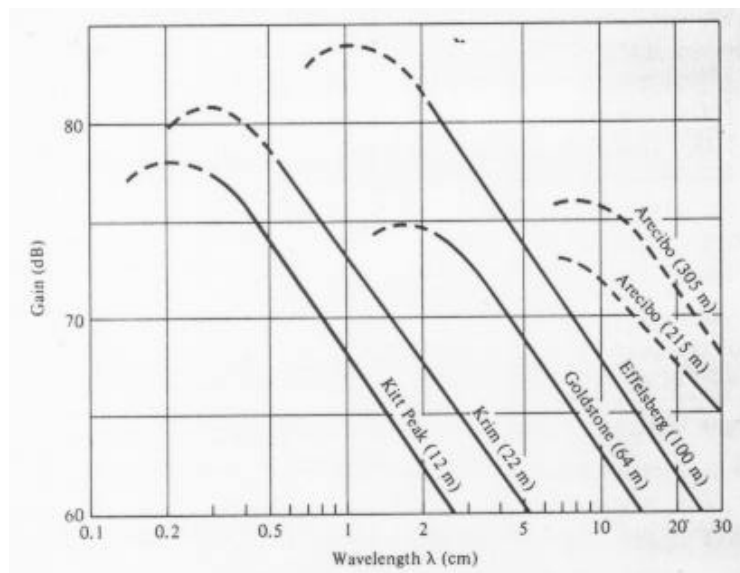
La Radioastronomía basa sus teorías sobre los cuerpos celestes (planetas, estrellas, galaxias, nebulosas,...) en las observaciones de la radiación electromagnética que dichos cuerpos emiten en el rango de frecuencias de microondas, milimétricas y submilimétricas.

Para captar las señales tan débiles emitidas por dichos cuerpos es necesario disponer de una antena con elevada ganancia y con un haz muy delgado que permita discriminar la señal que se desea recibir frente a otras procedentes de objetos cercanos al de interés, así como un receptor de muy baja temperatura de ruido.

Las antenas más apropiadas para esta aplicación son las llamadas antenas *Cassegrain* con grandes dimensiones en términos de longitud de onda de la radiación que se desea captar ( $D/\lambda \geq 10000$ , siendo  $D$  el diámetro de la antena y  $\lambda$  la longitud de onda). Estas antenas constan de dos reflectores metálicos. El mayor, llamado primario o principal, tiene forma de paraboloide, con un diámetro de varias decenas de metros; por su parte, el secundario tiene forma de hiperboloide y suele tener menores dimensiones (entre 1m y 5m de diámetro)<sup>2</sup>.

Dadas las grandes dimensiones del reflector primario, éste se sintetiza mediante un conjunto de paneles, generalmente de aluminio, sujetos a una estructura de soporte. La colocación de estos paneles y su manufactura debe realizarse con gran precisión para que la superficie resultante sea precisamente un paraboloide. Esta precisión deberá ser mayor cuanto menor sea la longitud de onda de las señales que se desean recibir.

El error en la colocación de los paneles junto con el error cometido en su manufactura y las deformaciones que se producen en la estructura de la antena debidas a efectos gravitatorios y a cambios de temperatura a lo largo de dicha estructura, limitan la precisión con la que la superficie se adapta a un paraboloide ideal y, por tanto, limitan la ganancia y eficiencia de la antena [1]. La figura siguiente muestra este efecto para algunas grandes antenas:



**Figura 1: Variación de la ganancia en función de la longitud de onda para algunas grandes antenas. (Fuente: C. Balanis).**

<sup>2</sup> Existen otras configuraciones de antenas, como la *Gregorian*, donde el reflector principal es parabólico pero el secundario es un casquete de elipsoide.

A frecuencias bajas, la ganancia varía según la ley:

$$G = \eta_{ap} \cdot \left( \frac{\pi \cdot D}{\lambda} \right)^2 \quad (1.)$$

donde  $G$  es la ganancia de la antena y  $\eta_{ap}$  es la eficiencia de apertura de la antena. Este factor indica el grado de eficiencia con el que se está utilizando dicha antena y está formado por el producto de un conjunto de eficiencias (eficiencia de *spillover*, de bloqueo y de *taper* entre otras). Una de estas eficiencias es la denominada eficiencia por tolerancia de la superficie, es decir, por imperfecciones en la superficie metálica que forma el reflector que la alejan de su forma teórica ideal.

Pues bien, cuando la frecuencia de observación es tan alta que la longitud de onda comienza a ser comparable con el error RMS de la superficie de la antena respecto al paraboloide ideal, se produce una reducción de la ganancia (línea punteada en la figura 1) que viene dada por una disminución de la eficiencia por tolerancia de la superficie [2]:

$$\eta_s = e^{-\left(\frac{4\pi\epsilon}{\lambda}\right)^2} \quad (2.)$$

donde  $\eta_s$  es la eficiencia por la tolerancia de la superficie y  $\epsilon$  es el error RMS de la superficie de la antena respecto a su forma ideal.

Es conveniente, por tanto, disponer de una técnica que permita calcular las deformaciones de la superficie para corregirlas después de la instalación de los paneles, y para tener controlado periódicamente el estado de la superficie durante el tiempo de vida del radiotelescopio.

Un requisito adicional a exigir a estas técnicas es que deben permitir la determinación del estado de la superficie a elevaciones próximas a  $45^\circ$ , ya que este es el valor central del rango de utilización del radiotelescopio. Medidas adicionales a otros ángulos de elevación también son deseables para poder caracterizar el comportamiento de la estructura en función del ángulo de elevación y verificar así la bondad de los modelos de análisis mediante elementos finitos que se usan en la fase diseño del radiotelescopio.

La tarea de las técnicas metroológicas es, por tanto, determinar cual es el estado de la superficie del reflector principal y qué correcciones hay que realizar sobre los elementos de sujeción de los paneles para aproximar en todo lo posible la superficie a un paraboloide ideal<sup>3</sup>.

En el apartado siguiente se mostrará una comparación entre las distintas técnicas metroológicas existentes para el ajuste y medida de paneles de grandes antenas reflectoras.

---

<sup>3</sup> En el caso de la Radioastronomía, y a un paraboloide conformado en el caso de aplicaciones de espacio profundo, puesto que se utilizan paraboloides conformados para, junto con un reflector secundario también conformado, obtener la máxima ganancia de la antena.

## II. Breve comparación de las técnicas metrológicas.

Existen dos grandes grupos de técnicas metrológicas. En primer lugar se tiene los *métodos directos*, llamados así porque realizan directamente la medida de las coordenadas de la superficie por procedimientos mecánicos u opto-mecánicos.

Algunos de estos métodos son [3]:

- Moldes: útiles sólo con pequeños reflectores,
- Esferómetros que miden el radio de curvatura del reflector, el cual está relacionado con el perfil de la superficie.
- Cinta y teodolito: esta es la técnica más utilizada para la colocación inicial de los paneles. Consiste en medir distancias y ángulos a unos objetivos situados sobre la superficie con una cinta métrica y un teodolito situado cerca del vértice del paraboloide. Tiene un error de varios cientos de micras.
- Pentaprisma: este método es una mejora del método de cinta y teodolito. Sin embargo, también sigue teniendo un error elevado, que es de algunos cientos de micras, típicamente.
- Láseres: sustituyen a la cinta métrica. Combinado con pentaprisma se logró un error 130 micras RMS sobre una antena de 27.4 metros.

Sobre estos métodos se pueden hacer modificaciones para mejorar la precisión. Así, por ejemplo, en el radiotelescopio de IRAM 30m, un sistema combinado de láser, teodolito y cinta consiguió un error de 120 micras para la peor distancia y un error RMS total de 75 micras [4].

Para más detalle sobre estos métodos, consultar [1] y [5].

El método directo más reciente es la fotogrametría digital, consistente en una cámara CCD especial que se usa para fotografiar objetivos colocados sobre la superficie desde varias posiciones. A partir de estas fotografías pueden calcularse las coordenadas de los objetivos mediante triangulación [6]. Las precisiones de este sistema oscilan entre 1:100000 y 1:250000, es decir, para una antena de 40 metros de diámetro se tendrá una precisión entre 160 micras y 400 micras [7]. Medidas sobre el reflector primario de las antenas de VLA con esta técnica han dado una repetibilidad de 65 micras [7].

Todos los métodos expuestos anteriormente tienen el inconveniente común de que necesitan dedicar un gran periodo de tiempo de operación del radiotelescopio para instalar el equipamiento y llevar a cabo las medidas, que en algunos casos sólo pueden realizarse con la antena dirigida hacia el zenit (cinta y teodolito, por ejemplo), y, posteriormente, para desinstalarlo. Además, para conseguir una buena precisión, es necesario combinarlos, lo cual los hace más complicado el procedimiento de medida.

En segundo lugar, los *métodos indirectos*<sup>4</sup> infieren el estado de la superficie a partir de medidas de las propiedades electromagnéticas de la antena realizadas con la ayuda de una fuente de radiación electromagnética, ya sea natural (planetas, estrellas,...) o artificial (transmisores terrestres o satélites de comunicaciones). En concreto, miden el diagrama de radiación y, a partir de él mediante una relación de transformada de *Fourier*, obtienen la distribución de campo electromagnético en la apertura del radiotelescopio [8], [11]. Por último, la fase de dicho campo está directamente relacionada con las deformaciones de la superficie [9].

Los principales métodos indirectos son: recuperación de la fase (*phase retrieval*) y holografía coherente o interferométrica. La diferencia entre ambos está en cómo miden el diagrama de radiación y obtienen el campo en la apertura.

Por una parte, el método de recuperación de la fase mide la amplitud de dos diagramas de radiación en condiciones de focalización diferentes. A partir de estas medidas y usando un algoritmo iterativo (algoritmo de Misell), el método reconstruye la distribución de campo en la apertura en módulo y fase. Este

---

<sup>4</sup> Estos métodos también se conocen con el nombre de radio-holografía u holografía de microondas. Holografía procede de la palabra griega "holos", que significa "registro completo". No se debe confundir con la más conocida holografía láser y óptica.

método tiene la ventaja de que necesita un solo receptor para las medidas. Sin embargo, presenta los inconvenientes de necesitar el doble del tiempo de medida (por medir dos diagramas) y peor precisión que el método de holografía coherente. Además, dado que usa un algoritmo iterativo, puede ocurrir que, dependiendo del punto de partida del algoritmo, la solución converja a un mínimo global de la función de coste o a un mínimo secundario.

Por otra parte, la holografía coherente mide directamente el módulo y la fase del diagrama de radiación con ayuda de un receptor de referencia auxiliar. No necesita por tanto algoritmo iterativo ya que se dispone de la información de fase. Así, el campo electromagnético en la apertura se obtiene básicamente como transformada de *Fourier* del diagrama medido. Este método presenta el inconveniente de necesitar un receptor adicional, sin embargo, la calidad de los resultados supera al de la recuperación de la fase.

Ambos métodos presentan la ventaja de su flexibilidad para llevar a cabo las medidas frente a los métodos directos, ya que no necesitan detener durante largo tiempo la operación del radiotelescopio y pueden realizarse casi en cualquier momento si se dispone del receptor. Además, el error de medida es menor que con los métodos directos, como se mostrará más adelante en algunos ejemplos.

Por otro lado, hay que resaltar que estos métodos permiten hacer medidas a diferentes ángulos de elevación de la antena (en función de la elevación a la que se observe la radiofuente), lo que permite inferir el comportamiento de la estructura de soporte de los paneles en función de la elevación y diagnosticar posibles aberraciones como el astigmatismo.

Se puede concluir que la radio-holografía es, hoy por hoy, el mejor método de que se dispone para determinar la forma de la superficie del reflector cuando éste es de gran tamaño y apunta en una dirección distinta de la cenital.

En el apartado siguiente, se mostrarán los fundamentos teóricos de la holografía de microondas, que son la relación entre el diagrama de radiación y la distribución de campo en la apertura, y la relación entre la fase del campo en la apertura y las deformaciones en la superficie. También se mostrará la aplicación del teorema de muestreo para la medida de los diagramas.

Posteriormente, se describirá la técnica de recuperación de fase, sus principios de medida y el algoritmo de Misell para la reconstrucción del campo en la apertura. También se mostrarán sus limitaciones, ventajas e inconvenientes.

Finalmente, para la holografía coherente o interferométrica se realizará un desarrollo similar.



### III. Fundamentos teóricos.

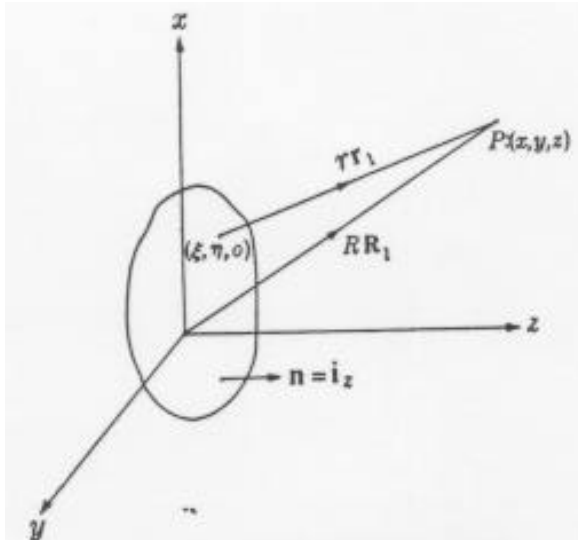
En este apartado se mostrarán un conjunto de fundamentos teóricos de la holografía que son comunes a ambas técnicas (recuperación de la fase y holografía coherente). Se trata de estudiar la relación entre el diagrama de radiación de un radiotelescopio y la distribución de campo electromagnético en su apertura. Asimismo, se mostrará la relación entre la fase de dicho campo y las deformaciones de la superficie del paraboloide.

Por otra parte, dado que la medida del diagrama de radiación se llevará a cabo tomando muestras equiespaciadas en el cielo alrededor de una radiofuente, se aplicará el teorema de muestreo para calcular los parámetros útiles en dicha medida.

#### A. Relación entre el diagrama de radiación y el campo en la apertura.

Suponiendo que las componentes eléctrica y magnética del campo en la apertura están localmente relacionadas del mismo modo que en una onda plana (aproximación de óptica geométrica) y que los efectos de bordes son despreciables, existe una relación entre el campo en la apertura de un reflector y su diagrama de radiación por medio de la integral de difracción [8]. Dicha relación es la siguiente, para el caso de apertura plana y aproximación escalar del campo (ver figura adjunta):

$$F(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_S E(\xi, \eta) \cdot \frac{e^{-jk r}}{r} \cdot \left[ \left( jk + \frac{1}{r} \right) \vec{n} \cdot \hat{r} + jk \vec{n} \cdot \vec{s} \right] d\xi d\eta \quad (3)$$



**Figura 2: Vectores involucrados en la integral de difracción. (Fuente: S. Silver).**

donde  $\mathbf{F}$  es el diagrama de radiación,  $S$  es el área de la apertura,  $\mathbf{k}$  es la constante de propagación ( $\mathbf{k} = 2\pi/\lambda$ ),  $\vec{n}$  es el vector unitario normal a la superficie de la apertura,  $\hat{r}$  es un vector unitario en la dirección de  $\mathbf{r}$ , que es la distancia desde un elemento de área  $dS$  al punto de observación  $(x, y, z)$ , y, finalmente,  $\vec{s}$  es un vector unitario en la dirección normal al frente de fase y  $\mathbf{E}$  es el campo en la apertura, que puede descomponerse en módulo y fase como sigue:

$$E(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) \cdot e^{j\Delta\Phi(\xi, \eta)} \quad (4)$$

La fase del campo en la apertura está relacionada con las desviaciones de la superficie respecto a su forma ideal, como se verá más adelante.

La integral anterior puede simplificarse bastante cuando el punto de observación está en la zona de *Fraunhofer* o de campo lejano ( $z > 2D^2/\lambda$  siendo  $D$  el diámetro del paraboloide y  $\lambda$  la longitud de onda). En efecto, en esta zona, pueden aplicarse las siguientes cuatro aproximaciones:

1.  $\frac{1}{r} \cong \frac{1}{R}$ , siendo  $R$  la distancia del origen de coordenadas al punto de observación,

2. Cuando el campo está concentrado alrededor de eje Z (como ocurre en reflectores de gran tamaño), habrá una distancia  $z \gg |x-\xi|, |y-\eta|$ , a partir de la cual se puede aproximar la distancia  $r$  como:

$$r = \left[ (x-\mathbf{x})^2 + (y-\mathbf{h})^2 + z^2 \right]^{1/2} \\ \cong z + \frac{(x-\mathbf{x})^2}{2z} + \frac{(y-\mathbf{h})^2}{2z} \quad (5.)$$

Ahora bien, gracias a la transformación entre coordenadas cartesianas y esféricas:

$$x = R \cdot \sin \mathbf{q} \cdot \cos \mathbf{f} = R \cdot u \\ y = R \cdot \sin \mathbf{q} \cdot \sin \mathbf{f} = R \cdot v \\ z = R \cdot \cos \mathbf{q} \quad (6.)$$

existe una forma alternativa de la aproximación anterior, que es:

$$r \cong R - (u \cdot \mathbf{x} + v \cdot \mathbf{h}) \quad (7.)$$

Esta aproximación de primer orden se sustituye en el argumento de la exponencial del integrando.

3. El producto escalar  $\vec{n} \cdot \hat{r} \cong 1$ , ya que en la zona de *Fraunhofer* se aproximan por vectores paralelos y son unitarios.
4. El producto escalar  $\vec{n} \cdot \vec{s} \cong 1$ , siempre que las variaciones de fase a lo largo de la apertura sean suaves.

Como resultado de aplicar estas aproximaciones, se obtiene:

$$F(u, v) = \frac{j}{IR} \cdot e^{-jkR} \cdot \int_S E(\mathbf{x}, \mathbf{h}) \cdot e^{jk(u \cdot \mathbf{x} + v \cdot \mathbf{h})} \cdot d\mathbf{x} d\mathbf{h} \quad (8.)$$

Ahora bien, dado que  $E(\xi, \eta)$  tiene valor nulo fuera del área de integración  $S$ , se puede extender la integral a todo el plano  $\mathfrak{R}^2$ :

$$F(u, v) = \frac{j}{\lambda R} \cdot e^{-jkR} \cdot \int_{\mathfrak{R}^2} E(\xi, \eta) \cdot e^{jk(u \cdot \xi + v \cdot \eta)} \cdot d\xi d\eta \quad (9.)$$

Como puede comprobarse, dicha relación tiene la estructura de una transformada de *Fourier* bidimensional. Así, una vez obtenido  $F(u, v)$  se calculará  $E(\xi, \eta)$  mediante la inversa de la relación anterior. A continuación el campo en la apertura será descompuesto en módulo  $A(\xi, \eta)$  y fase  $\Delta\Phi(\xi, \eta)$  y, finalmente, los errores de la superficie,  $\varepsilon(\xi, \eta)$ , se calcularán a partir de dicha fase con ayuda de la siguiente expresión [9]:

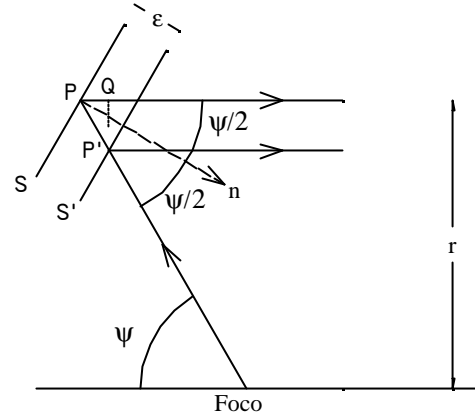
$$\varepsilon(\xi, \eta) = \frac{\lambda}{4\pi} \cdot \sqrt{1 + \frac{\xi^2 + \eta^2}{4 \cdot f^2}} \cdot \Delta\Phi(\xi, \eta) \quad (10.)$$

donde  $f$  es la distancia focal del reflector.

## B. Relación entre la fase del campo en la apertura y las deformaciones.

Esta expresión anterior para las deformaciones de la superficie del radiotelescopio, en función de la fase del campo en la apertura, puede obtenerse con ayuda de la figura adjunta. Para ello, se calculará el error de fase en un punto de la apertura producido por una deformación en el punto correspondiente de la superficie.

Sean  $S$  la superficie ideal,  $S'$  la superficie deformada,  $\varepsilon$  el error normal a la superficie y el segmento  $P'PQ$  la diferencia de caminos entre dos rayos que salen del foco de la parábola y se reflejan en la superficie ideal y en la deformada. El error de fase  $\Delta\Phi$  en la apertura será:



**Figura 3: Geometría de las deformaciones.**

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \overline{P'PQ} \quad (11.)$$

Ahora bien, el trayecto  $P'PQ$  resulta ser:

$$P'PQ = P'P + PQ = \frac{\varepsilon}{\cos \psi/2} + \frac{\varepsilon}{\cos \psi/2} \cdot \cos \psi = \varepsilon \cdot \frac{1 + \cos \psi}{\cos \psi/2} = 2\varepsilon \cos \psi/2 \quad (12.)$$

Con lo cual, el error de fase será:

$$\Delta\Phi = \frac{4\pi}{\lambda} \varepsilon \cos \psi/2 = \frac{4\pi}{\lambda} \varepsilon \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \psi/2}} = \frac{4\pi}{\lambda} \varepsilon \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{r^2}{4f^2}}} \quad (13.)$$

Indicando explícitamente la dependencia con las coordenadas de la apertura  $(\xi, \eta)$ , se tiene una expresión equivalente a (10):

$$\Delta\Phi(\xi, \eta) = \frac{4\pi}{\lambda} \varepsilon(\xi, \eta) \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\xi^2 + \eta^2}{4f^2}}} \quad (14.)$$

### C. Parámetros de muestreo en la medida del diagrama de radiación.

La medida del diagrama de radiación de una antena se realizará, como se dijo anteriormente, tomando muestras del mismo, por lo cual la distribución de campo en la apertura podrá obtenerse mediante transformada discreta de *Fourier* (DFT) de dichas muestras. Las expresiones generales de la DFT directa e inversa en dos dimensiones son [10]:

$$X(k_1, k_2) = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x(n_1, n_2) \cdot \exp\left(-j \cdot \frac{2\pi}{N_1} \cdot n_1 k_1 - j \cdot \frac{2\pi}{N_2} \cdot n_2 k_2\right)$$

$$0 \leq k_1 \leq N_1 - 1$$

$$0 \leq k_2 \leq N_2 - 1$$
(15.)

para la transformada directa, y

$$x(n_1, n_2) = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{k_1=0}^{N_1-1} \sum_{k_2=0}^{N_2-1} X(k_1, k_2) \cdot \exp\left(j \cdot \frac{2\pi}{N_1} \cdot n_1 k_1 + j \cdot \frac{2\pi}{N_2} \cdot n_2 k_2\right)$$

$$0 \leq n_1 \leq N_1 - 1$$

$$0 \leq n_2 \leq N_2 - 1$$
(16.)

para la transformada inversa.

Se ha comprobado anteriormente que:

$$F(u, v) = \frac{j}{\lambda R} \cdot e^{-jkR} \cdot \int_{\mathfrak{R}^2} E(\xi, \eta) \cdot e^{jk(u\xi + v\eta)} \cdot d\xi d\eta$$
(17.)

Pues bien, para calcular el intervalo de muestreo y exponer la relación de transformada discreta de *Fourier* entre el campo en la apertura y el diagrama de radiación, se hará el siguiente cambio de variable en la expresión anterior:

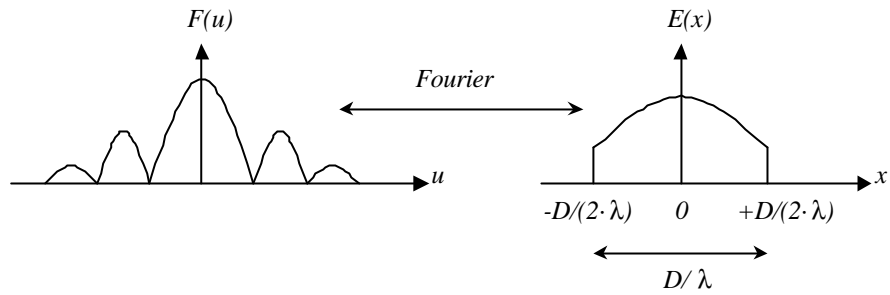
$$\mathbf{x} = \mathbf{l} \cdot \mathbf{x}$$

$$\mathbf{h} = \mathbf{l} \cdot \mathbf{y}$$
(18.)

Este cambio equivale a expresar las distancias en el plano de la apertura como fracciones de la longitud de onda. Por tanto, podrá escribirse la siguiente relación:

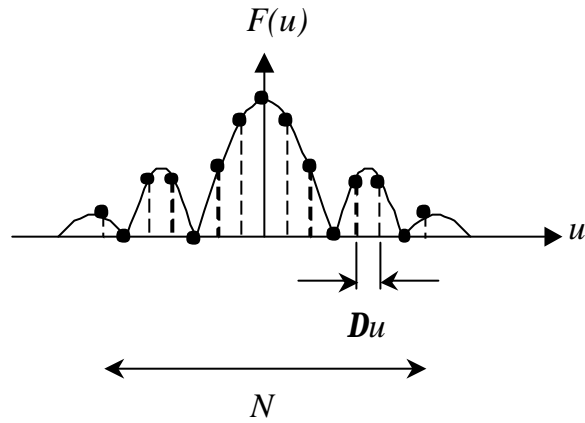
$$F(u, v) = \frac{j\lambda \cdot e^{-jkR}}{R} \cdot \int_{\mathfrak{R}^2} E(x, y) \cdot e^{j2\pi(u \cdot x + v \cdot y)} \cdot dx dy$$
(19.)

La siguiente figura expresa esta relación de forma gráfica para el caso unidimensional:



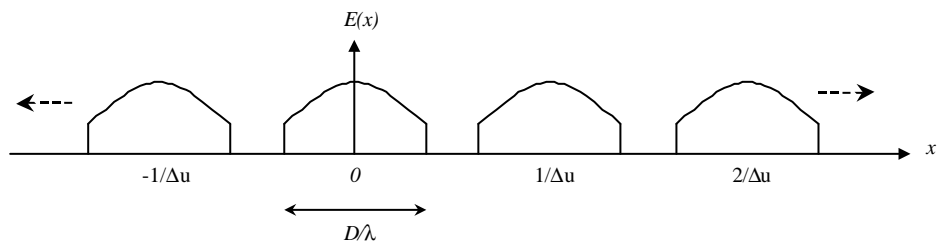
**Figura 4: Relación de *Fourier* entre dominios.**

Supóngase ahora que se toman  $N$  muestras del diagrama de radiación a intervalos angulares  $\Delta u$ . La figura siguiente clarifica esta idea:



**Figura 5: Muestreo del diagrama de radiación.**

Este muestreo supone, en el dominio de la apertura, un conjunto de réplicas de la distribución de campo en la apertura separadas una distancia igual a la inversa del intervalo de muestreo, como se indica en la figura siguiente:



**Figura 6: Réplicas en el dominio de la apertura.**

Ahora bien, para evitar el efecto de '*aliasing*' (solapamiento entre réplicas) y tener una representación fiel de la distribución de campo en la apertura, deberá cumplirse el criterio de Nyquist para el intervalo de muestreo, es decir:

$$\frac{1}{\Delta u} \geq \frac{D}{I} \quad (20.)$$

Sea  $\kappa \geq 1$  un factor constante llamado factor de sobremuestreo, que indicará en cuanto se supera la exigencia mínima del criterio de Nyquist. El valor empírico de este factor es 1.2, aproximadamente. Este factor se introduce de modo que:

$$\frac{1}{\Delta u} = \kappa \cdot \frac{D}{I} \quad (21.)$$

Por tanto, el intervalo de muestreo en ambas direcciones angulares valdrá:

$$\Delta u = \Delta v = \frac{I}{\kappa \cdot D} \quad (22.)$$

y la resolución (en longitudes de onda) obtenida en el plano de la apertura será:

$$\Delta x = \Delta y = \frac{\kappa \cdot D}{I \cdot (N-1)} \cong \frac{\kappa \cdot D}{I \cdot N} \quad \text{si } N \gg 1 \quad (23.)$$

Debido al muestreo, la relación entre  $F(u,v)$  y  $E(x,y)$  pasa del dominio continuo al discreto y la integral se convierte en un sumatorio, donde  $u$ ,  $v$ ,  $x$  y  $y$  toman los siguientes valores:

$$\begin{aligned} u &= n_1 \cdot \Delta u = n_1 \cdot \frac{\lambda}{\kappa \cdot D} \\ v &= n_2 \cdot \Delta v = n_2 \cdot \frac{\lambda}{\kappa \cdot D} \\ 0 &\leq n_1 \leq N-1, \quad 0 \leq n_2 \leq N-1 \end{aligned} \quad (24.)$$

$$\begin{aligned} x &= k_1 \cdot \Delta x = k_1 \cdot \frac{\kappa \cdot D}{\lambda \cdot N} \\ y &= k_2 \cdot \Delta y = k_2 \cdot \frac{\kappa \cdot D}{\lambda \cdot N} \\ 0 &\leq k_1 \leq N-1, \quad 0 \leq k_2 \leq N-1 \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores resulta la relación entre diagrama de radiación y campo en la apertura:

$$\begin{aligned}
F(n_1, n_2) &= \frac{j\mathbf{l} \cdot e^{-jkR}}{R} \cdot \sum_{k_1=0}^{N-1} \sum_{k_2=0}^{N-1} E(k_1, k_2) \cdot \exp\left(j \cdot \frac{2\mathbf{p}}{N} \cdot (n_1 k_1 + n_2 k_2)\right) \cdot \Delta x \Delta y = \\
&= \frac{j\mathbf{l} \cdot e^{-jkR}}{R} \cdot (\Delta x)^2 \cdot N^2 \cdot DFT^{-1}(E(k_1, k_2)) = \\
&= \frac{j\mathbf{l} \cdot e^{-jkR}}{R} \cdot \left(\frac{\mathbf{k} \cdot D}{\mathbf{l} \cdot N}\right)^2 \cdot N^2 \cdot DFT^{-1}(E(k_1, k_2))
\end{aligned} \tag{25.}$$

Resultando entonces:

$$F(n_1, n_2) = \frac{j \cdot e^{-jkR}}{\lambda \cdot R} \cdot (\kappa \cdot D)^2 \cdot DFT^{-1}(E(k_1, k_2))$$

y

$$\tag{26.}$$

$$E(k_1, k_2) = \left( \frac{\lambda \cdot R \cdot e^{jkR}}{j \cdot (\kappa \cdot D)^2} \right) \cdot DFT(F(n_1, n_2))$$

La DFT se computará por medio de un algoritmo FFT, lo que exige que N sea una potencia de 2 para que dicho algoritmo trabaje de modo eficiente y rápido.

La resolución transversal en el plano de la apertura está determinada por el tamaño angular del mapa del diagrama de radiación [11]. En efecto, con ayuda de las ecuaciones (22) y (23), se tiene:

$$\Delta x = \Delta y = \frac{\kappa \cdot D}{\lambda \cdot (N-1)} = \frac{1}{\lambda \cdot (N-1)} = \frac{1}{(N-1) \cdot \Delta u}$$

$$\kappa \cdot D$$

$$\tag{27.}$$

Por tanto, para tener una alta resolución se necesita medir grandes mapas del diagrama de radiación. Esto equivale a decir que la información de deformaciones de pequeña escala está contenida en lóbulos secundarios del diagrama alejados del lóbulo principal. Como regla de diseño se toma que la resolución mínima exigible a un sistema de holografía es igual a la mínima distancia entre elementos de soporte de los paneles que conforman la superficie.

El hecho de medir un número finito de puntos del diagrama de radiación equivale a multiplicar el diagrama de radiación completo por una función ventana rectangular [12]. Esto implica que, en el dominio de la apertura, la distribución de campo ha sido suavizada (convolucionada) por una función del tipo sinc(x)·sinc(y). Por tanto, la estimación del campo en la apertura obtenido en cada punto representa un promedio sobre el área de función sinc(x)·sinc(y), cuyo nivel de lóbulos secundarios es alto y cuyas colas recogen información procedente del exterior de la apertura de la antena donde no existen corrientes inducidas. Además, la fase de los lóbulos es alternante (0° a 180°) lo cual es una mala propiedad cuando se quiere medir la fase del campo. Por ello, es conveniente ponderar el diagrama por una función tipo ventana de *Bartlett* o ventana triangular, cuyos lóbulos secundarios son mucho menores y todos los lóbulos tienen la misma fase, a costa de reducir la resolución transversal; esto se debe a que estas funciones poseen un lóbulo principal más ancho que la ventana rectangular.

#### IV. Holografía con recuperación de fase (phase retrieval).

Como se mencionó anteriormente, el método de recuperación de la fase mide la amplitud (y no la fase) de dos diagramas de radiación en condiciones de focalización del radiotelescopio diferentes. A partir de estas medidas y usando un algoritmo iterativo (algoritmo de Misell), el método reconstruye la distribución de campo en la apertura en módulo y fase.

El algoritmo iterativo fue desarrollado por D. L. Misell en el campo de la microscopía electrónica [13] y adaptado a la metrología de antenas de Radioastronomía por D. Morris [14].

##### A. Principios de medida.

Generalmente la medida consiste en la adquisición de dos mapas de la amplitud del diagrama de radiación usando un satélite artificial como radiofuente. Estos mapas tendrán un número par de filas y columnas, para facilitar el uso de la rutina de FFT. Así, por ejemplo, si se decide que el mapa tendrá 32x32 puntos (de acuerdo con los parámetros de muestreo y la resolución deseada del apartado III.C), se realizarán 32 barridos en acimut a 32 elevaciones diferentes, de modo que el satélite quede en el centro del mapa resultante.

El primer mapa se toma con el radiotelescopio enfocado, mientras que el segundo se toma con un desenfocado del subreflector de una longitud de onda, típicamente.

##### B. Algoritmo de Misell.

La figura siguiente ayudará a comprender la evolución del algoritmo:

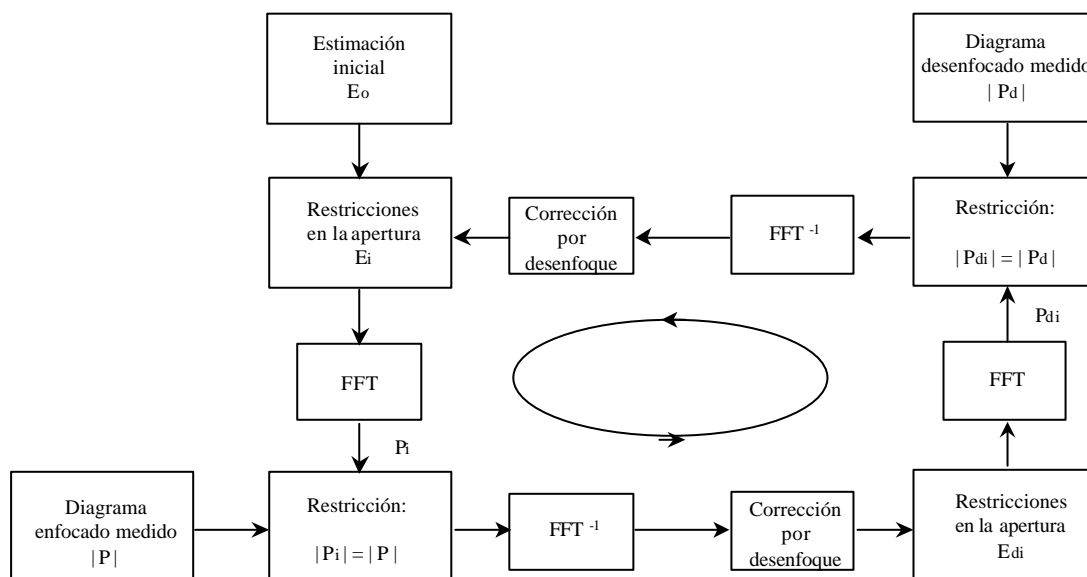


Figura 7: Diagrama de flujo del algoritmo de Misell.

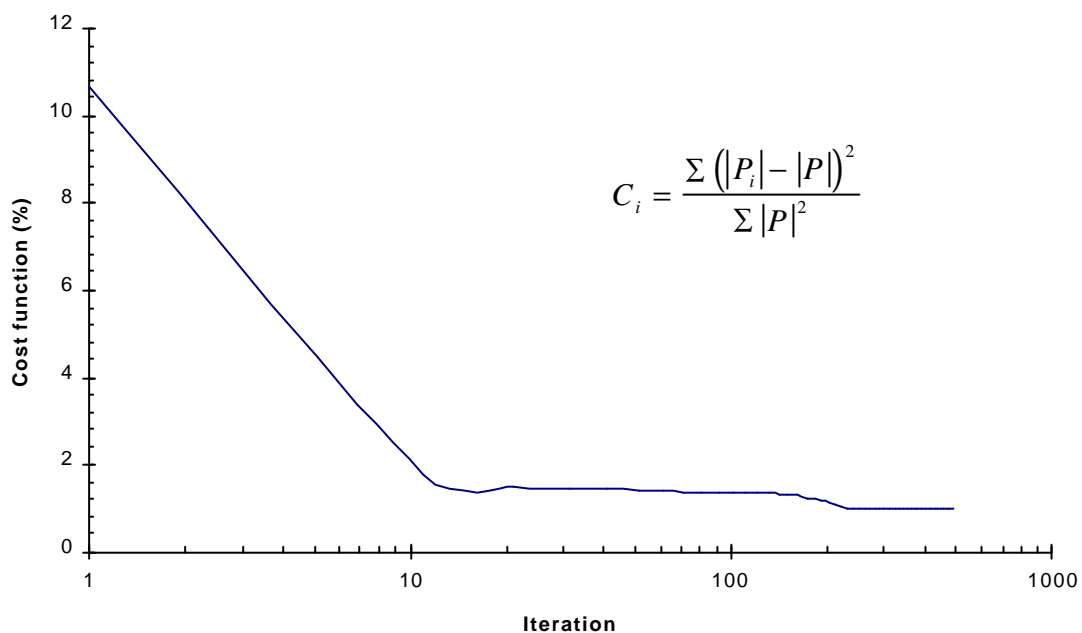
El algoritmo parte de una estimación inicial del campo en la apertura ( $E_0$ ) obtenida mediante métodos numéricos, por ejemplo, a la cual se imponen un conjunto de restricciones como el bloqueo por el subreflector y el tetrapodo ( $E_i$ ) y la nulidad del campo en la apertura fuera de ésta. Mediante transformada de *Fourier*, se calcula el diagrama de campo lejano ( $P_i$ ), al cual se le impone la restricción de que su amplitud



debe ser igual a la del diagrama enfocado medido, conservando la fase. La transformada inversa de este diagrama vuelve a generar el campo en la apertura, que es desenfocado por una cantidad conocida y se le imponen de nuevo las restricciones en la apertura. Ahora, la transformada de *Fourier* produce el diagrama de radiación desenfocado ( $P_{di}$ ), cuya amplitud es sustituida por el diagrama desenfocado medido y su fase es conservada. A este diagrama así obtenido, se le aplica la FFT y se le elimina el desenfoque, para tener de nuevo el campo en la apertura y comenzar la siguiente iteración.

Después de un número suficiente de iteraciones, el algoritmo proporciona como solución la distribución de campo electromagnético en la apertura del radiotelescopio.

La figura 8 muestra una curva de convergencia típica del algoritmo de Misell, así como la función de coste, que es la suma, extendida a todos los puntos de medida, de la diferencia al cuadrado entre el diagrama calculado en la iteración  $i$ -ésima y el diagrama enfocado medido y dividida por la potencia total del diagrama enfocado medido.



**Figura 8: Curva de convergencia típica del algoritmo de Misell y función de coste.**

### C. Limitaciones del método de recuperación de la fase.

Cuanto mejor haya sido la estimación inicial y cuanto menor ruido posean las medidas, más posibilidades existen de que la solución encontrada sea la verdadera. En caso contrario, el algoritmo puede converger hacia soluciones incorrectas.

El efecto del ruido en los mapas medidos es predominante en la precisión alcanzable con esta técnica. Dicho ruido se debe, fundamentalmente, a dos causas: el ruido térmico del sistema de medida, caracterizado a partir de una temperatura equivalente de ruido de sistema ( $T_{sys}$ ), y a errores de puntería (fluctuaciones del ángulo de llegada de la señal procedente del satélite, imperfecciones de los servomecanismos, errores en los codificadores, viento y variaciones de temperatura) caracterizados por un valor rms ( $\theta_{rms}$ ).

Suponiendo un detector cuadrático, el error de medida debido al ruido térmico del receptor viene dado por [14]:

$$dQ = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{0.25} \cdot \frac{K}{\kappa} \cdot \frac{N}{R_c^{0.5}} \quad (28.)$$

donde

- $dQ$  es el error rms de fase en la medida,
- $\kappa \cong 1.2$  es el factor de sobremuestreo,
- $K \cong 1$  es un factor que depende del taper de la distribución de amplitud del campo en la apertura,
- $N$  es el número de filas del mapa ( $N \times N$  puntos),
- $R_c$  es la relación señal a ruido con el detector cuadrático, que vale:

$$R_c = \frac{\eta \cdot \frac{pire}{4\pi \cdot r^2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2}{k \cdot T_{sys} \cdot B} \cdot \sqrt{B \cdot \tau} \quad (29.)$$

donde, a su vez,

- $\eta$  es la eficiencia de apertura de la antena,
- $pire$  es la potencia isotrópica radiada efectiva del satélite,
- $r$  es la distancia al satélite,
- $D$  es el diámetro del radiotelescopio,
- $B$  es el ancho de banda de predetección,
- $\tau$  es el tiempo de integración.

Además del ruido, es importante cuidar la estabilidad del receptor, su comportamiento lineal y la ausencia de *offsets* en el detector.

Por otro lado, el error RMS de medida debido a los errores de puntería viene dado por la siguiente expresión [15]:

$$\epsilon_{aaa} = \frac{D \cdot \theta_{rms}}{8} \quad (30.)$$

De acuerdo con [15] la contribución al error en la superficie debida a los errores de puntería tiene un efecto despreciable sobre la eficiencia de apertura del radiotelescopio si el error RMS de puntería es menor que 1/15 del ancho de haz a potencia mitad.

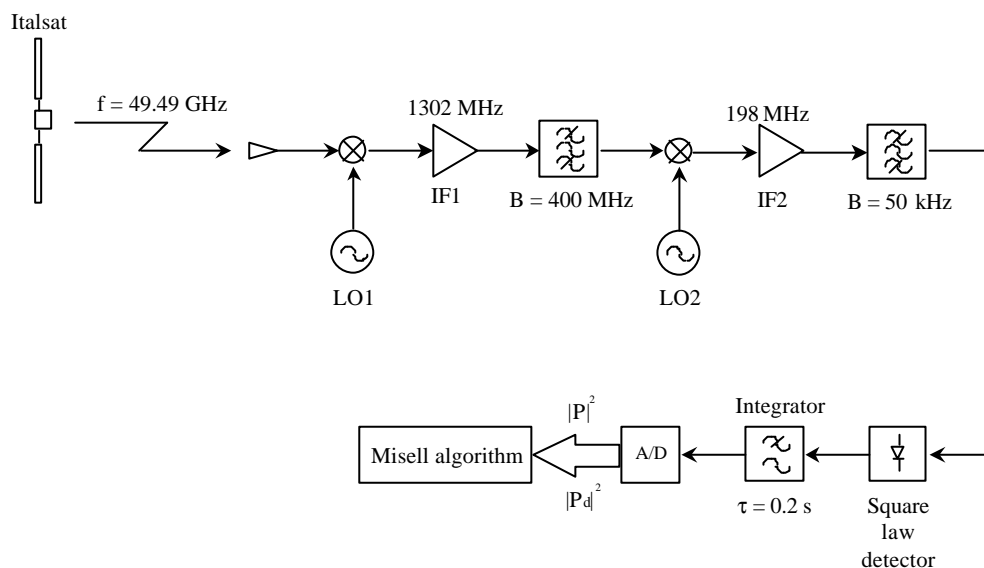
Ejemplos de la utilización de este método pueden encontrarse en [16] a [23]. En algunos casos se ha utilizado como radiofuente un transmisor terrestre en la zona de campo cercano, en lugar de un satélite [17], [19]. Esto tiene la ventaja de una mayor relación señal a ruido, sin embargo, los ángulos de elevación de la medida no son tan altos y pueden existir problemas por multitrayectos. Además, se debe introducir una corrección en las medidas por estar en campo cercano.

Este método tiene la ventaja de que necesita un solo receptor para las medidas. Sin embargo, presenta los inconvenientes de requerir el doble del tiempo de medida (por medir dos diagramas) y tener peor precisión que el método de holografía coherente.

#### D. Holografía con recuperación de fase en el radiotelescopio de 14 metros del CAY.

Este apartado describirá las medidas y resultados holográficos obtenidos para el radiotelescopio de 14 metros del Centro Astronómico de Yebes, a modo de ejemplo de aplicación de la técnica de recuperación de la fase. Para más detalles consultar [22] y [44] a [47].

Estas medidas se llevaron a cabo con la ayuda de la radiobaliza de 49.49GHz del satélite ITALSAT. Como frontend, se utilizó el propio receptor de Radioastronomía en la banda de 7mm (41GHz ... 50GHz). Por otro lado, también se utilizó un canal de 50KHz del banco de filtros del CAY como backend. La figura siguiente muestra el sistema de adquisición de datos:



**Figura 9: Sistema de adquisición de datos de holografía en el CAY.**

Durante 1992 y 1994 se midieron varios mapas del diagrama de radiación de 32x32 puntos en condiciones de focalización del subreflector diferentes<sup>5</sup> (+9.652mm, -3.556mm, +4.826mm y 0mm). Los mapas así obtenidos fueron procesados por el algoritmo de Misell para generar la estimación del campo electromagnético en la apertura que se muestra en la figura siguiente:

<sup>5</sup> Desenfoco que positivo significa alejándose del primario.

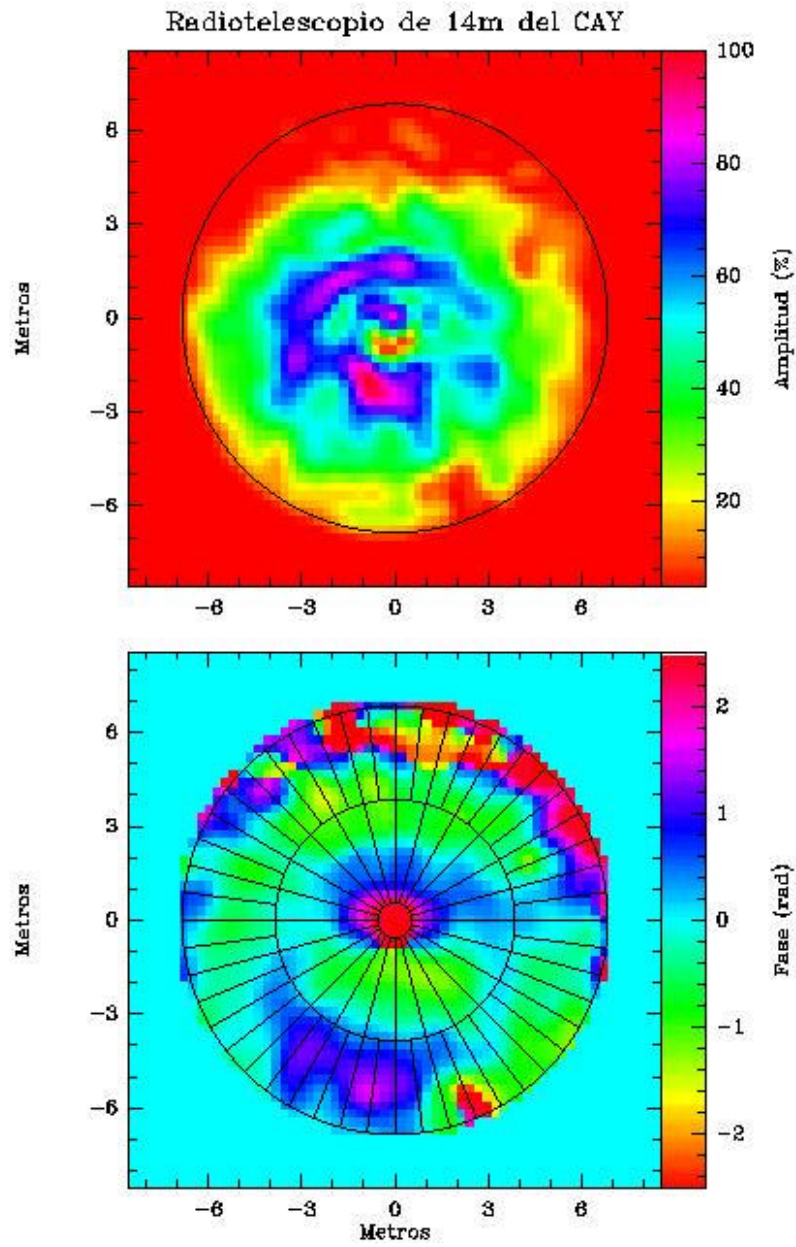


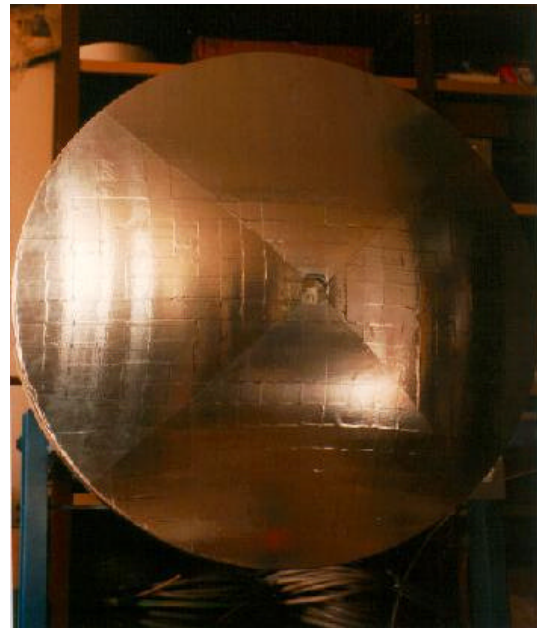
Figura 10: Módulo y fase del campo en la apertura del radiotelescopio 14m CAY.

El error RMS ponderado de la superficie resulta ser 313 micras, lo que se traduce en una eficiencia por la tolerancia de la superficie de un 65%. Según el fabricante del radiotelescopio, el error RMS de la superficie podía llegar a ser tan bajo como 170 micras [46]. Entonces, a partir de estos resultados, se decidió conformar la superficie del subreflector con el negativo de las deformaciones del reflector primario, de modo que se ecualizara el recorrido de los rayos desde el plano de la apertura hasta el foco Cassegrain y se redujese así el error RMS de la superficie. Este método es una alternativa al ajuste de los paneles del reflector primario [12].

El subreflector fue conformado con ayuda de cinta metálica adhesiva, como muestra la figura 11. El aspecto final de la superficie del subreflector se muestra en la figura 12.

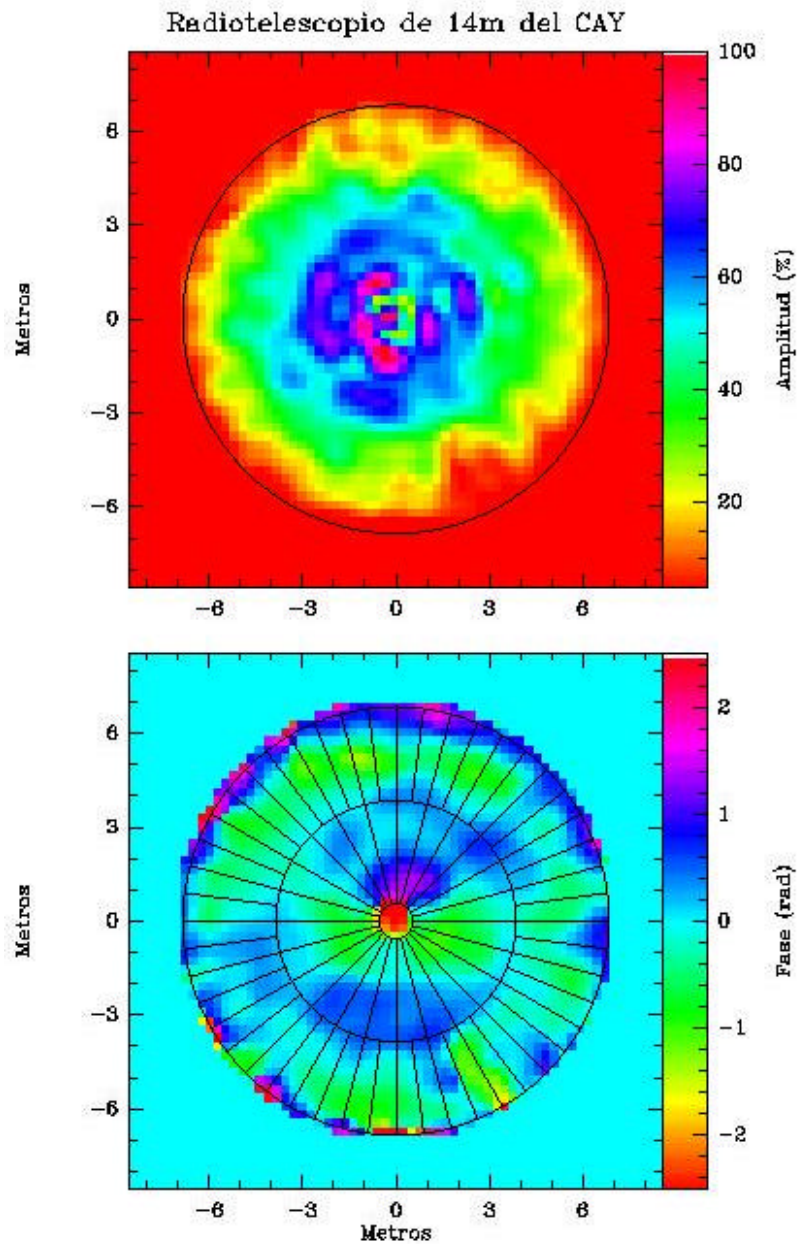


**Figura 11: Conformación del subreflector.**



**Figura 12: Aspecto final del subreflector conformado.**

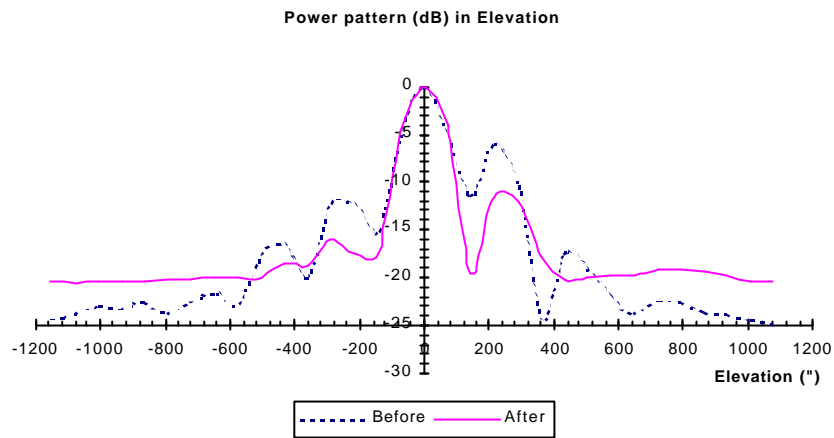
Con estas correcciones [47], la distribución de campo en la apertura resultó ser la siguiente:



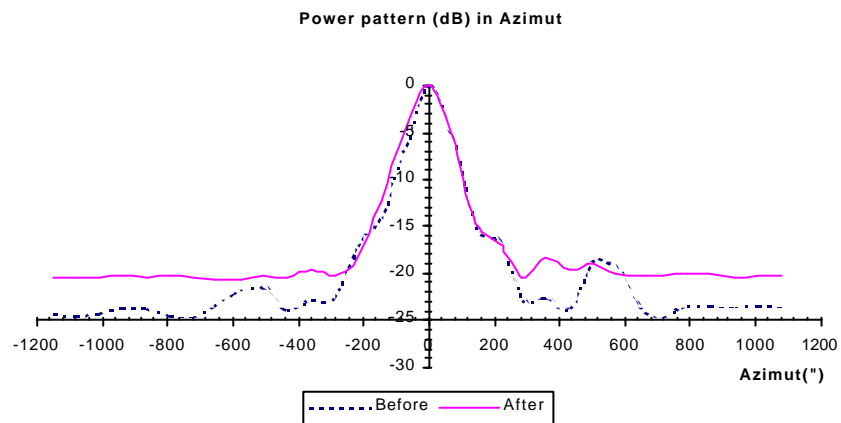
**Figura 13: Módulo y fase del campo en la apertura del radiotelescopio 14m CAY después de la conformación del subreflector.**

Ahora, el error RMS ponderado de la superficie resulta ser 228 micras, lo que se traduce en una eficiencia por la tolerancia de la superficie de un 80% [47].

La mejora del estado de la superficie también se notó, obviamente, en el diagrama de radiación, cuyo nivel de lóbulos secundarios se redujo 6dB. La figura 14 muestra una comparación entre cortes del diagrama de radiación antes y después de la conformación.



**Figura 14a:** Cortes en elevación del diagrama de radiación antes (línea punteada) y después (línea continua) de la conformación del subreflector.



**Figura 14b:** Cortes en acimut del diagrama de radiación antes (línea punteada) y después (línea c ontinua) de la conformación del subreflector.

La tabla siguiente compara la mejora del error rms de la superficie ( $\epsilon$ ), de la eficiencia por tolerancia de la superficie ( $\eta_s$ ), de la eficiencia de apertura ( $\eta_a$ ) y del nivel de lóbulos secundarios (SLL).

	$\epsilon$ ( $\mu\text{m}$ )	$\eta_s$ (%)	$\eta_a$ (%)	SLL (dB)
Antes	313	65	28	-6
Después	228	80	34	-12
Límite	170	88	38	--

## V. Holografía coherente o interferométrica.

Esta técnica se denomina coherente o interferométrica porque mide la amplitud y la fase del diagrama de radiación del radiotelescopio con la ayuda de una antena y receptor de referencia, sin el cual no sería posible la medida de fase [24].

A partir de esta medida, y con ayuda de la relación entre diagrama de radiación y campo en la apertura (apartado III.A), se puede determinar el estado de la superficie del reflector.

### A. Principios de medida.

El principio de medida es análogo al descrito para la recuperación de fase, con la salvedad de que sólo es necesario adquirir un mapa y de que hay que registrar también la medida de fase.

El sistema de medida de holografía coherente constará de un receptor de dos canales (canal de señal y canal de referencia) y de un analizador FFT o un correlador que actuará como back-end. Generalmente, se tomará como fuente de radiación la señal monocromática de la radiobaliza de un satélite geoestacionario (o un transmisor terrestre), dada su mayor SNR frente a otras radio-fuentes naturales.

El front-end del receptor tendrá dos antenas de bocina: bocina de señal y bocina de referencia. La bocina de señal puede estar situada en el foco primario o en el foco secundario, dependiendo de la disponibilidad de espacio para su emplazamiento. Su función será recoger la radiación que se refleje en la superficie del reflector principal, en caso de estar situado en el foco primario; si estuviese en el foco secundario, se asume que la contribución al error de la superficie debida al subreflector es despreciable, dado su menor tamaño y, por tanto, mayor precisión de manufactura.

Por su parte, la bocina de referencia estará situada en el mismo eje que la de señal pero su apertura estará orientada en la dirección del satélite; su función será suministrar una referencia de amplitud y de fase a la medida, para lo cual la amplitud y fase de su diagrama deberán ser constantes en todo el rango angular del mapa que se va a medir. Para esta bocina deberá llegarse a un compromiso entre su ganancia y la planicidad de la amplitud y fase deseada en el rango angular de medida. La antena de referencia puede estar situada en otro lugar, sin embargo, su posición en el eje del radiotelescopio es la óptima para una mayor precisión en la medida [15].

Este receptor doble convertirá las señales captadas por cada una de las bocinas en señales de frecuencia más baja que puedan ser procesadas por el back-end. En cada punto del mapa, el back-end medirá la amplitud y fase del diagrama resultante de multiplicar el diagrama de radiación del radiotelescopio por el conjugado del diagrama de radiación de la antena de referencia. Este diagrama resultante será muy aproximadamente igual al diagrama del radiotelescopio, gracias a la planicidad del diagrama de referencia.

Ejemplos de receptores pueden encontrarse en [12], [30] y [32]. Para más detalles sobre los principios de medida, se recomienda consultar [28], [42] y [43].



## B. Limitaciones del método de holografía coherente.

Nuevamente, el ruido térmico del sistema de medida y los errores de puntería limitan la precisión de la medida alcanzable con esta técnica.

Según [26] la contribución del ruido del receptor al error RMS de medida de la superficie, cuando se usa una señal de onda continua y un correlador complejo, viene dada por:

$$\varepsilon = \frac{\lambda \cdot N}{16 \cdot \sqrt{2} \cdot \kappa^2 \cdot snr} \quad (31.)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda,  $N$  es el tamaño del mapa medido ( $N \times N$  píxeles),  $snr$  es la relación señal a ruido efectivo en la dirección boresight y  $\kappa$  es el factor de sobremuestreo ( $\kappa \cong 1.2$ ).

La relación  $snr$  se puede escribir como:

$$snr = \frac{\sqrt{P_1 \cdot P_2}}{\sqrt{2} \cdot \sigma_{ef}} \quad (32.)$$

donde  $P_1$  y  $P_2$  son las potencias máximas (on-axis) recibidas por el canal de señal y el canal de referencia, respectivamente, del receptor y  $\sigma_{ef}$  es el valor RMS de ruido en los píxeles del mapa medido con un único correlador real (el factor  $\sqrt{2}$  tiene en cuenta el correlador complejo). Este ruido RMS viene dado por:

$$\sigma_{ef} = \sqrt{\frac{1}{N^2} \cdot \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sigma^2(\theta_m, \varphi_n)}$$

$$\sigma(\theta, \varphi) = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_1^2(\theta, \varphi) + \sigma_2^2(\theta, \varphi)} \quad (33.)$$

$$\sigma_n^2 = k^2 \cdot Ts_1 \cdot Ts_2 \cdot B \cdot W$$

$$\sigma_1^2(\theta, \varphi) = 2 \cdot P_1 \cdot G_1(\theta, \varphi) \cdot k \cdot Ts_2 \cdot W$$

$$\sigma_2^2(\theta, \varphi) = 2 \cdot P_2 \cdot G_2(\theta, \varphi) \cdot k \cdot Ts_1 \cdot W$$

donde:

- $N \times N$ : número total de puntos del mapa,
- $Ts_1$ : temperatura de ruido de sistema del canal de señal,
- $Ts_2$ : temperatura de ruido de sistema del canal de referencia,
- $G_1$ : diagrama normalizado de radiación en potencia del reflector,
- $G_2$ : diagrama normalizado de radiación en potencia de la antena de referencia,
- $B$ : ancho de banda de predetección,
- $W$ : ancho de banda de postdetección ( $W = (2\tau)^{-1}$ ),
- $\tau$ : tiempo de integración,
- $k$ : constante de Boltzmann ( $1.380662 \cdot 10^{-23}$  J/K).

Se puede simplificar esta expresión si la contribución del ruido debido al producto de ruidos en ambos canales es despreciable. Esto se cumple si el ancho de banda de predetección verifica:

$$\sigma_n^2 \ll \sigma_1^2$$

$$k^2 \cdot T_{S_1} \cdot T_{S_2} \cdot B \cdot W \ll 2 \cdot k \cdot T_{S_2} \cdot P_1 \cdot W \Rightarrow B \ll \frac{2 \cdot P_1}{k \cdot T_{S_1}} \quad (34.)$$

y

$$\sigma_n^2 \ll \sigma_2^2$$

$$k^2 \cdot T_{S_1} \cdot T_{S_2} \cdot B \cdot W \ll 2 \cdot k \cdot T_{S_1} \cdot P_2 \cdot W \Rightarrow B \ll \frac{2 \cdot P_2}{k \cdot T_{S_2}} \quad (35.)$$

Si se observa la señal CW de un satélite geostacionario, la potencia recibida en cada canal será:

$$P_1 = \eta_1 \cdot \frac{eirp \cdot A_1}{4\pi \cdot r_{sat}^2}$$

$$P_2 = \eta_2 \cdot \frac{eirp \cdot A_2}{4\pi \cdot r_{sat}^2} \quad (36.)$$

donde eirp es la PIRE del satélite (potencia isotrópica radiada equivalente),  $\eta_1$  y  $\eta_2$  son las eficiencias de apertura de las antenas,  $A_1$  y  $A_2$  son las áreas de apertura de las antenas y  $r_{sat}$  es la distancia desde el radiotelescopio al satélite.

Nuevamente, además del ruido, es importante cuidar la estabilidad del receptor y su comportamiento lineal.

Por otro lado, el error RMS de medida debido a los errores de puntería viene dado por:

$$\epsilon_{aoa} = \frac{D \cdot \theta_{rms}}{8 \cdot \sqrt{2}} \quad (37.)$$

Esta expresión difiere de la correspondiente para el método de recuperación de la fase en un factor  $1/\sqrt{2}$  debido a que sólo un mapa es medido, lo cual reduce el impacto de los errores de puntería en la medida.

Para un estudio más detallado de los efectos de los errores del método de holografía en la precisión final, se recomienda consultar [37] y [38].

Ejemplos de la utilización de este método pueden encontrarse en [25], [27], [28] a [36] y [39] a [41].

Este método tiene la ventaja de ser más preciso que el de recuperación de la fase y necesitar la mitad del tiempo de medida. Sin embargo, es necesario un receptor más complejo.

### C. Holografía coherente en el radiotelescopio de 30 metros de IRAM en Pico de Veleta.

Desde 1984 hasta el 2000, se ha estado midiendo y corrigiendo el estado de la superficie del 30m de IRAM en Pico Veleta, algunas veces con el método de recuperación de la fase [17] y otras con holografía coherente [30] y [33] a [36]. Esta última ha demostrado ser mucho más precisa y ha permitido una mejora sustancial de la superficie del radiotelescopio. La figura 15 muestra el diagrama de bloques del receptor de holografía coherente utilizado en las medidas holográficas más recientes de la superficie de este radiotelescopio [32]. Una muestra de estas medidas (diagrama de radiación en módulo y fase) se presenta en la figura 16, tomadas con el receptor de holografía (observando la radiobaliza sin modular de 39.592GHz del satélite ITALSAT).

Por su parte, la figura 17 muestra la distribución de campo en la apertura para una medida coherente. Estas medidas dan un error rms ponderado de la superficie de  $50\mu\text{m}$ . El error de la medida se estima menor de  $20\mu\text{m}$  rms.

La mejora de la superficie mediante el ajuste de paneles ha supuesto aumentar la eficiencia de haz del 42% al 51% a 235GHz [36].

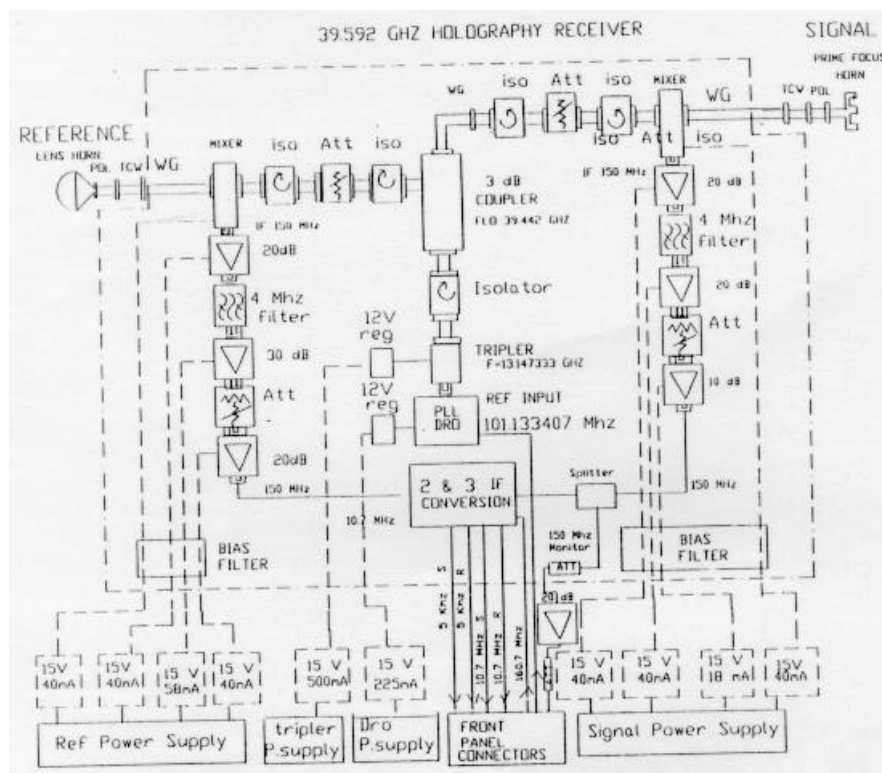


Figura 15: Receptor de holografía del 30m IRAM MRT. (Fuente: F. Mattioco.)

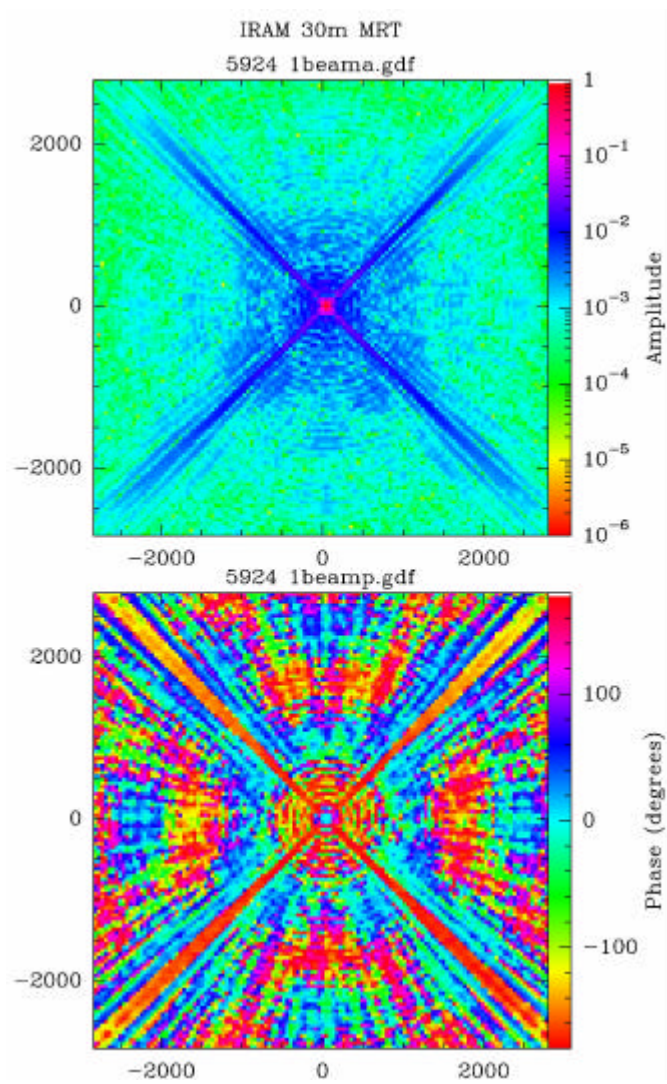


Figura 16: Módulo y fase del diagrama de radiación del radiotelescopio 30m IRAM.

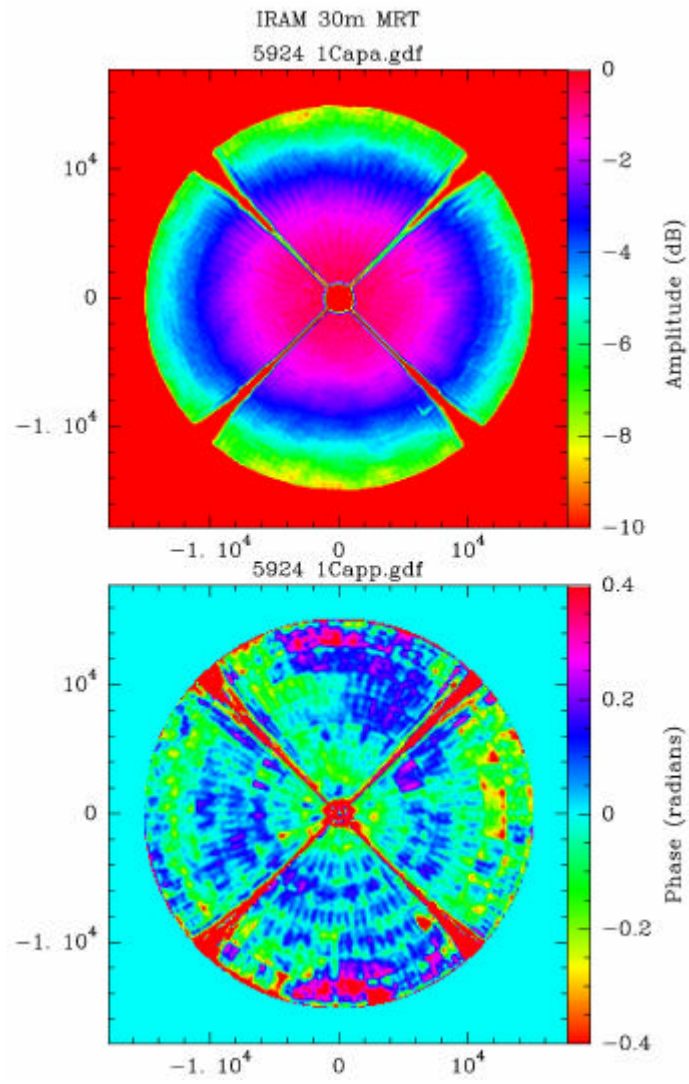


Figura 17: Módulo y fase del campo en la apertura del 30m IRAM.

## VI. Proceso de análisis de datos de holografía.

En esta sección se explicará como obtener el mapa de deformaciones en la superficie una vez medida la amplitud de los diagramas de radiación enfocado y desenfocado, en el caso de recuperación de la fase, o el diagrama de radiación en módulo y fase, en el caso de holografía coherente.

En el caso de la recuperación de la fase, los datos entran en el algoritmo de Misell, el cual genera la solución del campo en la apertura. Por su parte, en el caso de la recuperación de la fase, los datos son sometidos a un FFT para obtener también el campo en la apertura.

Los campos en la apertura así obtenidos sufren un proceso de eliminación de aberraciones que pueda contener la fase de dichos campos. Básicamente, se eliminan errores de puntería y desenfoco, así como términos constantes. El procedimiento para llevar a cabo esta operación es ajustar los valores de la fase del campo en la apertura mediante la siguiente función cuadrática:

$$\Phi(x, y) = a \cdot \frac{x}{D/2} + b \cdot \frac{y}{D/2} + c + d \cdot \frac{x^2 + y^2}{(D/2)^2} \quad (38.)$$

donde el primer término supone un error de puntería según X, el segundo según Y, el tercero es un pistón o término constante y el cuarto es un desenfoco axial (según Z). A continuación, se restan estas aberraciones o errores de gran escala del mapa de fase. En este punto es importante también descontar el efecto de la fase de la bocina que alimenta al reflector. Se llega así a un mapa de fase que es independiente de la frecuencia y que sólo contiene información sobre deformaciones mecánicas [28], [43].

En caso de obtener varios mapas de fase procedentes de varias medidas independientes, es conveniente promediar dichos mapas (después de eliminar las aberraciones) para disminuir el error total del método holográfico.

Con el mapa de fase así obtenido, se procede al cálculo del desplazamiento que hay que realizar sobre cada panel de los que componen la superficie. Para ello, con los puntos del mapa que están dentro del área de cada panel, se hace un ajuste por mínimos cuadrados a un polinomio general bidimensional de segundo grado; este polinomio describe las posibilidades de movimiento del panel. El polinomio así ajustado es evaluado en las posiciones de los elementos de ajuste, de modo que el valor negativo de la función evaluada en dicha posición da como resultado el movimiento del elemento de ajuste para compensar el error [28], [43].

## Referencias bibliográficas.

- [1] J.W.M. Baars: "*Technology of large radio telescopes for millimeter and submillimeter wavelengths*". Infrared and Millimeter Waves, v.9, ed. K.J. Button, Academic Press, New York, 1983.
- [2] J. Ruze: "*Antenna Tolerance Theory – A review*". Proc. IEEE vol 54, No. 4, April 1966, 633-640.
- [3] B. Butler: "*Options for VLBA Antenna Surface Measurement*". VLBA Test Memo. Nº 57. March 18, 1998.
- [4] J.W.M. Baars et al.: "*The IRAM 30-m millimeter radio telescope on Pico Veleta, Spain*". Astron. Astrophys. 175, 319-326 (1987).
- [5] J.W. Findlay: "*Filled-aperture antennas for radio astronomy*". Ann. Rev. Astron. Astro., 9, 271-292, 1971.
- [6] C.S. Fraser: "*Microwave Antenna Measurement by Photogrammetry*". Photogramm. Eng. Rem. Sens. 58, 305-310, 1986.
- [7] B. Butler et al.: "*Photogrammetric Measurement of VLA and VLBA Subreflectors and VLA Primary Reflector*". April 26, 1999, VLA Test Memo #220. NRAO.
- [8] S. Silver: "*Microwave Antenna Theory and Design*". Chapter 6, pp 168 y ss. McGraw-Hill.
- [9] Y. Rahmat-Samii: "*Surface diagnosis of large reflector antennas using microwave holographic metrology: An iterative approach*". Radio Science, Volume 19, Number 5, Pages 1205-1217, Sept-Oct, 1984.
- [10] D.E. Dudgeon, R.M. Mersereu: "*Multidimensional Digital Signal Processing*". Prentice-Hall Signal Processing Series. 1984.
- [11] P.F. Scot and M. Ryle: "*A rapid method for measuring the figure of a radio telescope reflector*". Mon. Not. Roy. Astr. Soc., 178, 539-545, 1977.
- [12] C.E. Mayer et al.: "*Texas 5-m Antenna Aperture Efficiency Doubled from 230-300 GHz with Error Compensating Secondary*" IEEE Trans. on AP, vol 39, No. 3, March 1991, 309-317.
- [13] D.L. Misell: "*A method for the solution of the phase problem in electron microscopy*". J. Phys. D., 1973, 6, pp. L6-L9.
- [14] D. Morris: "*Phase Retrieval in the Radio Holography of Reflector Antennas and Radio Telescopes*". IEEE Trans. on AP, vol 33, No. 7, July 1985, 749-752.
- [15] D. Morris: "*Telescope Testing by Radio Holography*". Proceedings of International Symposium of Millimeter and Submillimeter Wave Radio Astronomy. URSI. Granada, Sept. 11-14 1984, pp 29-50.
- [16] J. Elder, L. Lundahl and D. Morris: "*Test of phase retrieval holography on the Onsala 20m radiotelescope*". . Electronics Letters, 20, 709, 1984.
- [17] D. Morris, H. Hein, H. Steppe, J. W. M. Baars: "*Phase retrieval radio holography in the Fresnel region: Tests on the 30m telescope at 86 GHz*", IEE Proceedings-H, Vol. 135, No. 1, pp. 61-64, Feb. 1988.
- [18] D. Morris, J. H. Davis and C. E. Mayer: "*Experimental assessment of phase retrieval holography of a radiotelescope*". , IEE Proceedings-H, Vol. 138, No. 3, pp. 243-247, June 1991.

- [19] W. Fur et al.: "*Surface adjustment of the KOSMA 3m telescope using phase retrieval holography*". Astronomy and Astrophysics, Astron. Astrophys. 274, 975-982 (1993).
- [20] D. Tarchi and G. Comoretto: "*Holographic measurement on Medicina radio telescope using artificial satellites at 11 GHz*". Astron. Astrophys. 275, 679-685 (1993).
- [21] G. Leone, R. Pierri: "*Reflector Antenna Diagnosis from Phaseless Data*". IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 45, No. 8, pp. 1236-1244, August 1997.
- [22] J.E. Garrido Arenas, A. Barcia, J. A. López-Pérez, J. M. Páez Borrillo: "*Improvement of a Cassegrain Antenna by Secondary Surface Corrections*". Microwave Journal, vol. 42, no. 3, March 1999. See also <http://www.oan.es/cay/tech/holo>.
- [23] W. Reich and E. Fürst: "*Holographic measurements of the Effelsberg 100-m Radiotelescope via Phase Retrieval*". Technical Report #79, December 1999.
- [24] J.C. Bennet, A.P. Anderson, P.A. McInnes, A.J.T. Whitaker: "*Microwave holographic metrology of large reflector antennas*". IEEE Trans. AP24, 295, 1976.
- [25] M.P. Godwin, A.J.T. Whitaker, J.C. Bennet, A.P. Anderson: "*Microwave diagnostics of the Chilbolton 25m antenna using the OTS satellite*". Proc. Inst. Elec. Eng. Int. Conf., York, England, 1981, pp. 232-236.
- [26] L.R. D'Addario: "*Holographic Antenna Measurements: Further Technical Considerations*". 12 Meter Millimeter Wave Telescope. Tech. Memo. No. 202, November, 1982.
- [27] C.E. Mayer, J.H. Davis, W.L. Peters, W.J. Vogel: "*A holographic surface measurement of the Texas 4.9m antenna at 86 GHz*". IEEE Trans. on Instr. & Meas. Vol. MI-32, N° 1, March, 1983.
- [28] D.J. Rochblatt, B.L. Seidel: "*DSN Microwave Antenna Holography*". TDA Progress Report 42-76. October-December 1983.
- [29] M.P. Godwin, E.P. Schoessow and B.H. Grahl: "*Improvement of the Effelsberg 100 meter telescope based on holographic reflector surface measurement*". Astron. Astrophys. 167, 390, 1986.
- [30] D. Morris, J.W.M. Baars, H. Hein, H. Steppe, C. Thum and R. Wohlleben: "*Radio-holographic reflector measurement of the 30m millimeter radio telescope at 22GHz with a cosmic signal source*". Astron. Astrophys. 203, 399-406 (1988).
- [31] M. Kesteven, G. Graves, M. Calabretta: '*Parkes Holography*'. Technical Report available at [http://www.atnf.csiro.au/people/mkesteve/PKS\\_HOLO/pks\\_holo.html](http://www.atnf.csiro.au/people/mkesteve/PKS_HOLO/pks_holo.html).
- [32] F. Mattiocco, P.M. Cocher, Y. Bortolotti: "*39.592 GHz Holography Dual Channel Receiver User's Manual*". IRAM, Technical Report, March, 1996.
- [33] IRAM Staff: "*Phase-coherent holography of the 30m telescope in Sept. 1996*". Internal IRAM Working Report.
- [34] IRAM Staff: "*Holography of the 30m Telescope in September'97*". Internal IRAM Working Report.
- [35] IRAM Staff: "*Holography of the 30m Telescope in September'98*". Internal IRAM Working Report Nr. 253.99
- [36] IRAM Staff: "*Holography of the 30m Telescope in September'99*". Internal IRAM Working Report Nr. 258.99



- [37] D.J. Rochblatt, Y. Rahmat-Samii: "*Effects of Measurement Errors in Microwave Antenna Holography*". IEEE Trans. AP-39, no. 7, July 1991, 933-942.
- [38] B. Butler: "*Simulations of Some Types of Holography Errors for VLBA Antennas*". VLBA Test Memo. N° 62. April 30, 1999.
- [39] J.W.M. Baars et al.: "*The Heinrich Hertz Telescope and the Submillimeter*". Astron. Soc. of the Pacific, 111: 627-646, May 1999.
- [40] D. R. DeBoer and P.G. Steffes: "*Performance and uses of a refurbished 30-m former satellite communications antenna: The Georgia Tech Woodbury Research Facility*". Radio Science, Volume 34, Number 4, pages 991-1003, July -August 1999.
- [41] X.Zhang et al.: "*First Result of the SMA Holography Experiment*". Submillimeter Array Memorandum, No. 102.
- [42] X.Zhang et al.: "*Planned Panel Alignment Procedure for the SMA Antennas Using the Microwave Holography Technique*". Submillimeter Array Memorandum, No. 85. August, 1996
- [43] X.Zhang: "*Certain Optics Considerations for the Holography Experiment*". Submillimeter Array Memorandum, No. 86. Nov. 1996.
- [44] J.E. Garrido, A. Barcia, P. Planesas, D. Morris: "*Medidas de la superficie del reflector primario del radiotelescopio del CAY mediante técnicas holográficas (I)*". Informe Técnico CAY 1992-2.
- [45] J.E. Garrido, A. Barcia, D. Morris: "*Medidas de la superficie del reflector primario del radiotelescopio del CAY mediante técnicas holográficas (II)*". Informe Técnico CAY 1993-5.
- [46] J.E. Garrido, D. Morris, A. Barcia: "*Medidas de la superficie del reflector primario del radiotelescopio del CAY mediante técnicas holográficas (III)*". Informe Técnico CAY 1994-16.
- [47] J.E. Garrido, A. Barcia, J.M. Páez: "*Medidas de la superficie del reflector primario del radiotelescopio del CAY mediante técnicas holográficas (IV). Correcciones en el secundario*". Informe Técnico CAY 1995-9.