

Óptica con lente correctora de fase a 22 GHz, 30 GHz y 45 GHz

Informe Técnico del OAN nº 2002-4

Félix Tercero Martínez, José Antonio López Fernández,
Enrique García

1. Introducción

El presente informe surge planteada la fase de decisión de la óptica de la cabina de receptores del radiotelescopio de *40 m* del CAY. Dicha cabina debe albergar un gran número de receptores (hasta nueve) en condiciones óptimas de funcionamiento.

El estudio de la solución definitiva lo lleva a cabo la Escuela Técnica y Superior de Ingenieros de Telecomunicaciones de Madrid (ETSIT) en colaboración con el CAY. De las soluciones propuestas por la ETSIT destaca la denominada *solución 2* debido al menor número y tamaño de los espejos utilizados, posibilidad de observación simultánea, mayor accesibilidad a los receptores y baja inversión para su puesta en funcionamiento mínimo. Dicha solución resume un estudio completo bajo las aproximaciones de la Teoría de la Cuasióptica (QO) que garantiza un desenfoque menor de 15 longitudes de onda (l.d.o.) en el subreflector y una iluminación de -12 dB de taper en su borde. El esquema empleado en el enfoque consiste en dos elementos ópticos que en todas las bandas (salvo S/X) se diseñan de manera tal que el primero sea lente refrigerada y el segundo espejo elíptico.

El método de optimización que sintetiza el diseño expuesto tiene una gran flexibilidad a la hora de imponer condiciones sobre dimensiones del haz y espaciamiento de elementos ópticos, fundamentales para la tarea de determinar la topología de la cabina. [GARC01], [GARC02a], [GARC02b].

Sin embargo desde el punto de vista práctico resulta conveniente obtener soluciones donde la primera lente además de permanecer refrigerada está mecánicamente unida al alimentador. Las ventajas en el contacto mecánico y térmico bocina-lente hacen disminuir contracciones no deseadas de las interfases necesarias para la sujeción de la lente. Por otro lado, si se logra soluciones del tipo bocina con lente correctora en todas las subbandas, el diseño del criostato puede ser válido para las diferentes bandas. Considerando las ventajas desde el punto de vista electromagnético, el conjunto bocina con lente correctora de fase puede ser medido con más facilidad que el sistema lente con bocina separados.

Surge la necesidad del estudio de soluciones de bocina con lente correctora ya que caso de existir son preferibles a las soluciones expuestas. El estudio se realiza sobre la hipótesis de que la *solución 2* es la favorita en estos momentos y cualquier solución hallada debe ceñirse a la topología de dicha solución.

Sin embargo esta nueva topología presenta un inconveniente ligado a la distancia entre los elementos ópticos de enfoque (d_2). Como se demostrará posteriormente esta distancia es del mismo orden que la distancia entre el foco cassegrain y el último de los elementos ópticos (d_3). Desde el punto de vista práctico esto implica que esta solución será viable para valores de d_3 menores de $0.5 m$

En este informe se describen las soluciones encontradas para los receptores de $22GHz$, $30 GHz$ y $45GHz$. El estudio se ha fraccionado en tres aproximaciones para conseguir el resultado definitivo:

- i) Lente ideal pegada a la boca de la bocina
- ii) Lente ideal separada una distancia del orden de la l.d.o.
- iii) Lente gruesa plano-hiperbólica (paraxial)

Como novedad a los estudios anteriores se ha trabajado sobre sistema enfocado lo que permite obtener una iluminación y enfoque perfectos (desde el punto de vista de la QO) en la banda estudiada y una mayor tolerancia a los errores de posicionamiento

2. Planteamiento del problema

2.1. Análisis sobre un sistema enfocado

Trabajar sobre un sistema enfocado permite obtener un enfoque e iluminación perfecta en un gran ancho de banda. Un sistema enfocado tiene el beam waist de entrada en el foco de la lente. A resultas de esto el beam waist de salida estará en el foco y tendrá un valor definido por la Ec.[1]

$$w_{0,out} = \frac{\lambda f}{\pi w_{0,in}} \quad [1]$$

Como resultado tenemos a la salida del sistema un beam waist fijo en posición (en el foco de la lente) y tamaño lineal con la l.d.o.

En el campo lejano del sistema ($z \gg z_c$) las ecuaciones de propagación del beam radius y del radio de curvatura del haz pueden aproximarse por las mostradas en Ec.[2] y Ec.[3]. En nuestro caso z es la distancia desde la posición del beam waist al subreflector. Es una distancia, en este caso concreto, independiente de la frecuencia

$$w = \frac{\lambda z}{\pi w_{0,out}} \quad [2]$$

$$R = z \quad [3]$$

Combinando las Ec.[1] y Ec.[2] comprobamos que el beam radius en este caso es independiente de la frecuencia. Podemos concluir que en un sistema enfocado obtenemos una iluminación y enfoque ideal independiente de la frecuencia.

El análisis anterior no es nada novedoso y es de sobra conocido. El problema de lo expuesto anteriormente es conseguir un beam waist fijo en tamaño y posición a la entrada del sistema.

La solución clásica son las bocinas limitadas por la apertura que para a un bajo error de fase ($\beta < 0.6 \text{ rad}$) tienen un beam waist fijo en posición (situado en la apertura) y de

tamaño fijo 0.65a [GOLD97]. El problema de este tipo de bocinas son sus grandes dimensiones por lo que no cumplen los requisitos para el enfriado en el criostato.

La alternativa a la bocina limitada por la apertura es emplear bocinas con lente correctora de fase. Las configuraciones más usadas son las que emplean lente de menisco e hiperbólico-plana.

2.2. Condiciones sobre nuestro sistema

Las soluciones propuestas por [GARC02] se ajustan al esquema de la Fig.1. Sobre este esquema deben imponerse una serie de condiciones para hallar el sistema enfocado equivalente con lente correctora

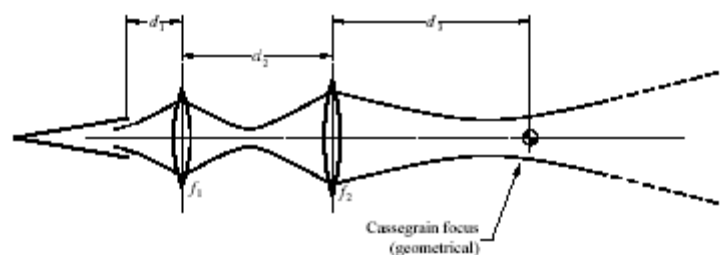


Fig.1. Esquema de enfoque con dos elementos ópticos desenfocados

2.2.1. Condición de sistema enfocado

El parámetro fundamental para conseguir la misma colocación en la cabina de receptores es mantener la distancia d_3 . Pero tal y como se señaló en el apartado anterior para mantener el sistema enfocado los beam waist de entrada y salida deben estar en los respectivos focos a una distancia igual a la focal de la segunda lente. Por lo tanto se imponen las siguientes condiciones que muestra la Ec.[4]. El sistema equivalente quedaría modificado tal y como muestra la Fig.2

$$d_3 = d_2 = f_2 \quad [4]$$

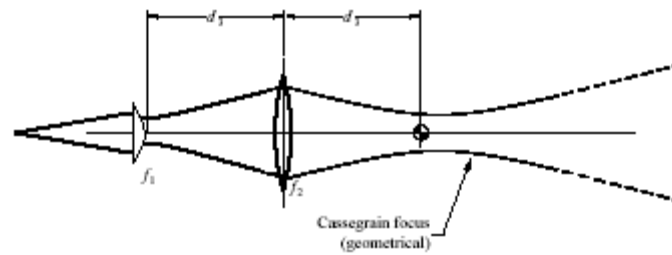


Fig.2. Esquema enfocado con lente correctora

Por lo tanto esta solución sólo es válida para las bandas donde d_3 sea pequeña ya que está implícitamente fijando d_2 .

2.2.2. Condición de beam waist intermedio

El beam waist intermedio está limitado por la ventana del criostato. Puede establecerse el límite máximo de las dimensiones de la ventana en 120 mm . Por lo tanto el beam waist intermedio no debe superar los 30 mm para evitar los efectos del truncamiento

En el nuevo sistema el beam waist intermedio estará situado cerca del vértice de la lente correctora. Gracias a esto el beam waist será aproximadamente igual al beam radius en la boca de la bocina antes de pasar por la lente correctora. La relación entre beam radius en la boca de la bocina con el radio geométrico es conocido para la bocina cónica corrugada [WYLD84]. Podemos establecer en función del radio de la bocina un límite en las dimensiones de la bocina que podemos emplear.

2.2.3. Condición sobre la lente.

Sobre la lente correctora debe imponerse la condición de realizabilidad. Para una lente plano-hiperbólica debe cumplirse que el diámetro de la lente sea al menos el de la bocina. Esto implica una condición entre el índice de refracción empleado en su construcción (n), la focal de la lente (f), y el diámetro de la bocina (D). Relacionándolo todo con el espesor de la lente en el eje tenemos:

$$t_c \geq \frac{f}{n+1} \left\{ \left[1 + \frac{\left(\frac{D^2}{4f^2} \right) \cdot (n+1)}{n-1} \right]^{0.5} - 1 \right\} \quad [5]$$

2.3. Soluciones a estudiar

Teniendo en cuenta las condiciones 2.2.1 y 2.2.2 buscamos las bandas en las que podemos sustituir por el sistema enfocado

Debido a 2.2.1 sólo las bandas con d_3 del orden de $0.5 m$ permiten un tamaño del criostato razonable mientras todas las demás bandas limitarían el tamaño del criostato a un valor menor de $0.5 m$ por ser d_3 mayor de $1 m$.

Las soluciones propuestas hasta la fecha están recogidas en la Tabla 1. En ella existen dos soluciones cuya d_3 es válida, cada una de ellas en la rama de baja y alta frecuencia. Sin embargo en la rama de alta frecuencia se plantea una permutación entre los receptores de $30 GHz$ y $45 GHz$, siendo ambos candidatos a la posición $d_3=490 mm$ de la rama de alta frecuencia. En lo sucesivo la síntesis se desarrolla sólo para el caso de $22 GHz$ siendo extensivo para 30 y $45 GHz$

<i>F. Central</i>	d_1	d_2	d_3	f_1	f_2
100	37.75	441.26	1010	32.04	278.05
60	56.77	337.29	1210	38.22	226.12
45	105.35	465.95	1432	66.23	285.02
30	14.55	307.01	490	75.36	296.22
22	10	382.41	490	95.15	365.03

Tabla 1. Resumen de la solución. Frecuencia en GHz y dimensiones en mm [GARC02]

Aplicando la condición 2.2.2 a las bandas de $22 GHz$, $30 GHz$, y $45 GHz$ estudiamos que bocinas podemos emplear. Limitamos el estudio a bocinas con una F/D de 1.5 para una iluminación de $-12 dB$ de taper. Estas bocinas cumplen la condición de paraxialidad necesaria para poder aplicar QO. Valores F/D mayores añaden un grado de

libertad al problema pero presentan el inconveniente de ser alimentadores más grandes. Una vez elegido la F/D podemos determinar las dimensiones teniendo en cuenta exclusivamente el error de fase.

Para la solución de 22 GHz pueden emplearse bocinas de hasta $\beta=4 \text{ rad}$, a 30 GHz bocinas con $\beta=6 \text{ rad}$, mientras que a 45 GHz pueden emplearse bocinas de hasta $\beta=9 \text{ rad}$ de error de fase

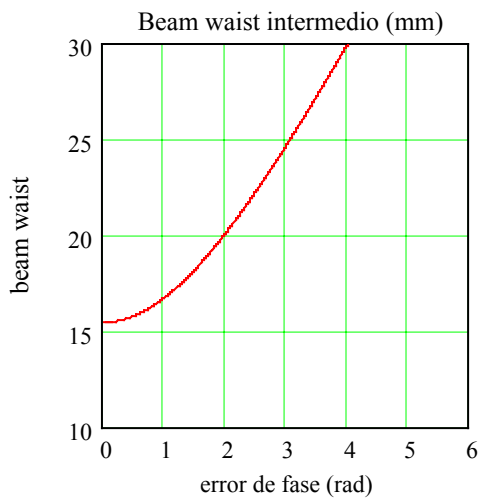


Fig.3 .Beam waist intermedio para sistema enfocado a 22GHz

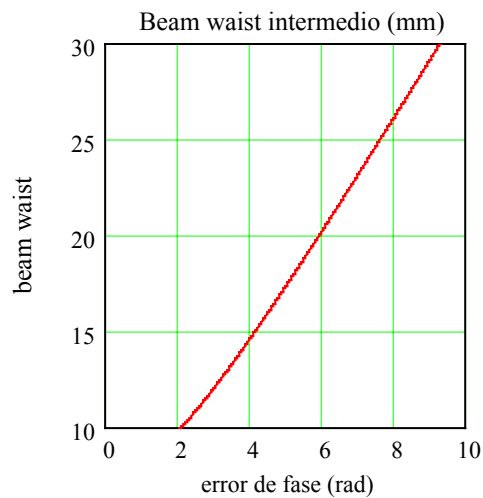


Fig.4 Beam waist intermedio para sistema enfocado a 45GHz

En resumen, las condiciones expuestas ciñen el estudio a las bandas de 22GHz, 30GHz y 45GHz donde debemos emplear espejos con focal $f_2=490 \text{ mm}$ y bocinas con errores de fase $\beta < 4 \text{ rad}$, $\beta < 6 \text{ rad}$ y $\beta < 9 \text{ rad}$ respectivamente.

3. Óptica alternativa al receptor de 22GHz

3.1. Lente ideal pegada a la boca de la bocina

Se imponen las siguientes condiciones al sistema:

- i) $d_1 = 0$
- ii) $d_3 = d_2 = f_2 = 490 \text{ mm}$

Completan la descripción del sistema óptico los resultados obtenidos referentes a la bocina y lente empleadas resumidas en la Tabla.2. Estos resultados se obtienen optimizando la iluminación y el enfoque en el subreflector. Tal y como se indica en [GARC01] una iluminación de -12 dB de taper en el subreflector y enfoque perfecto se consiguen haciendo el beam radius 1395 mm a una distancia de 25916.7 mm del foco cassegrain y un radio de curvatura del haz igual a la distancia del foco cassegrain al vértice del hiperboloide (25396 mm)[LOPE01b]

F/D	β	f_1
1.5	3.403	121.428

Tabla 2. Datos referentes a la bocina a la frecuencia central y a la lente

El análisis en banda de la estructura analizada se muestran en la Fig.5 y Fig.6.

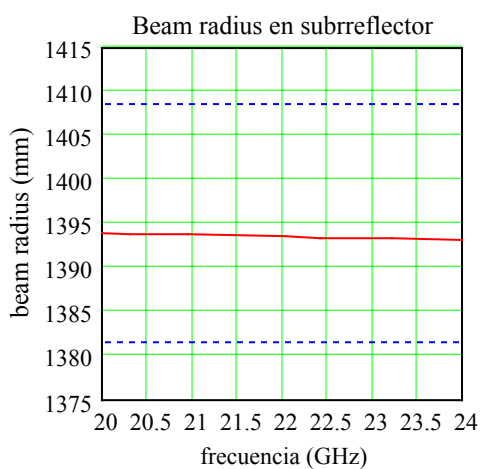


Fig.5 Beam radius en el subreflector. Las líneas discontinuas señalan una l.d.o. de separación del valor óptimo

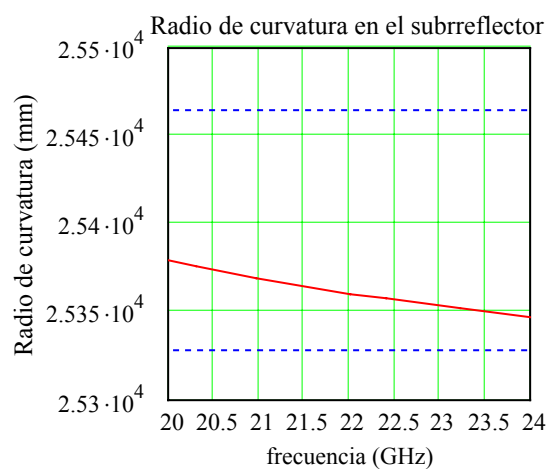


Fig.6. Radio de curvatura en el subreflector. Las líneas discontinuas señalan cinco l.d.o. de separación del valor óptimo

Se comprueba una adaptación en banda es correcta (dentro de los límites marcados). Aún así y como se comprobará más adelante son unos pobres resultados comparándolos con las sucesivas aproximaciones. Parece que en este primer paso deberíamos obtener una adaptación perfecta tal y como se anticipó en el Apdo.2.1. La razón de este resultado es que a 22 GHz el subreflector no se halla en el campo lejano del foco cassegrain (hipótesis aceptada en el Apdo.2.1), se produce por lo tanto un ligero desenfoque y una iluminación ligeramente perturbada.

Esta aproximación al problema nos permite obtener unos valores de partida para optimizar las estructuras siguientes.

3.2. *Lente ideal separada a la boca de la bocina*

La lente real usada tendrá un espesor distinto de cero, por lo tanto debe tenerse en cuenta en las simulaciones. Como primera aproximación permitimos una pequeña variación en d_1 del orden de la l.d.o. Dicha distancia debe ser al menos el espesor de una lente plano-hiperbólica como muestra la Ec.5 (para los cálculos se ha usado la permitividad relativa del teflón como 2.1). Se varían además de forma conjunta el error de fase de la bocina (β), la focal del lente correctora (f_1) y la distancia entre lente correctora y espejo elíptico (d_2). En este caso la única condición que se mantiene es:

$$i) \quad d_3 = f_2 = 490 \text{ mm}$$

La optimización converge a los valores que muestran la Tabla3.

F/D	β	d_1	d_2	f_1
1.5	2.806	13.627	484.125	122.711

Tabla 3. Datos referentes al sistema con lente ideal separada.

La solución obtenida (Fig.7 y Fig.8) destaca por la anchura de banda en la que mantiene los valores óptimos del sistema. A diferencia de las soluciones estudiadas hasta ahora la adaptación es perfecta sin ningún tipo de tolerancia de desenfoque ni de iluminación en la banda

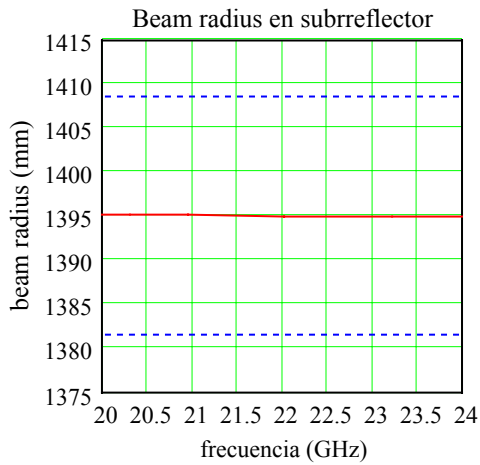


Fig.7 *Beam radius en el subreflector. Las líneas discontinuas señalan una l.d.o. de separación del valor óptimo*

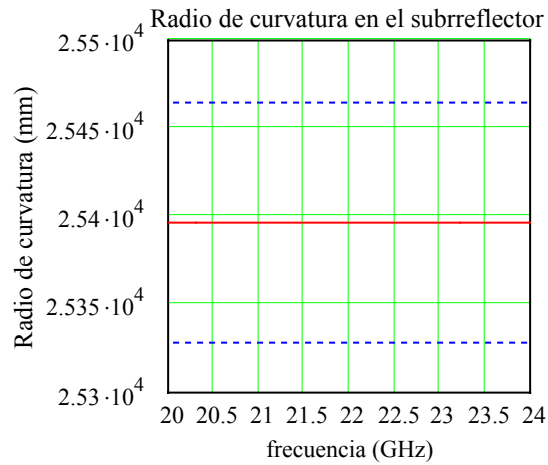


Fig.8. *Radio de curvatura en el subreflector. Las líneas discontinuas señalan cinco l.d.o. de separación del valor óptimo*

3.3. Lente gruesa plano hiperbólica

Esta simulación tiene en cuenta el grosor real (t_c) de la lente empleada. Las condiciones de la optimización son iguales a las del apartado anterior

La optimización converge a los valores que muestran la Tabla.4.

F/D	β	t_c	d_2	f_1
1.5	2.98	13.678	489.208	119.703

Tabla 4. Datos referentes al sistema con lente plano-hiperbólica gruesa

La solución obtenida (Fig.9 y Fig.10) presenta enfoque e iluminación perfecta en toda la banda de funcionamiento de la bocina. Como ventaja añadida obtenemos una descripción, en términos de QO, teniendo en cuenta el grosor de la lente empleada

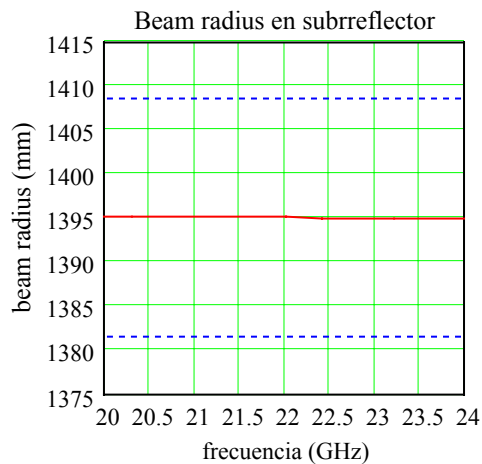


Fig.9. *Beam radius en el subreflector. Las líneas discontinuas señalan una l.d.o. se separación del valor óptimo*

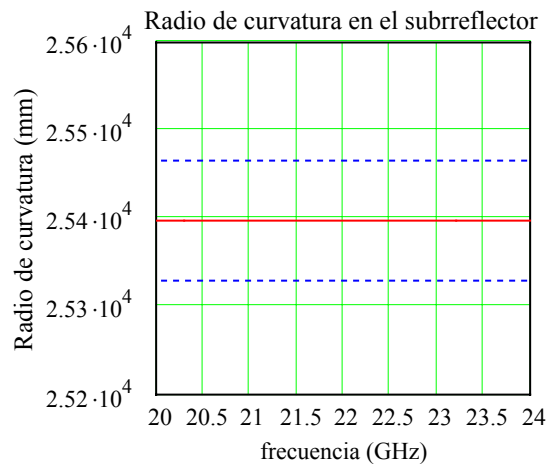


Fig.10. *Radio de curvatura en el subreflector. Las líneas discontinuas señalan cinco l.d.o. se separación del valor óptimo*

3.4. Eficiencia de apertura

La eficiencia de apertura del sistema se obtiene, para el modo fundamental como la eficiencia de taper, spillover y desenfoco en el subreflector tal y como describe [LAMB86].

Su valor es del 81.2%. Dicho valor es constante en toda la banda debido al resultado anterior ya que la eficiencia así calculada solo depende del beam radius y del radio de curvatura.

3.5. Tolerancia a los errores de posicionamiento

Se estudia la bondad del sistema propuesto ante los errores de posicionamiento. En nuestro caso y como es sabido los errores de posicionado más perniciosos para nuestro sistema son aquellos donde la F/D es menor. Estudiaremos los errores en el espesor de la lente (t_c) como un error de posicionado y el de la distancia de la lente correctora al espejo elíptico (d_2). Otro estudio, en función de otros parámetros es posible, pero este informe no pretende describir de forma exhaustiva los parámetros críticos y se limita a comprobar la bondad de la solución en estos dos casos.

3.5.1. Error en el espesor de la lente.

Un posible error en un sistema criogénico es la contracción de los elementos respecto su valor a temperatura ambiente. Estudiamos una disminución del espesor de la lente en un 10% de la l.d.o. en el vacío.

Las Fig.11 y 12 muestran el beam radius y radio de curvatura en el subreflector.

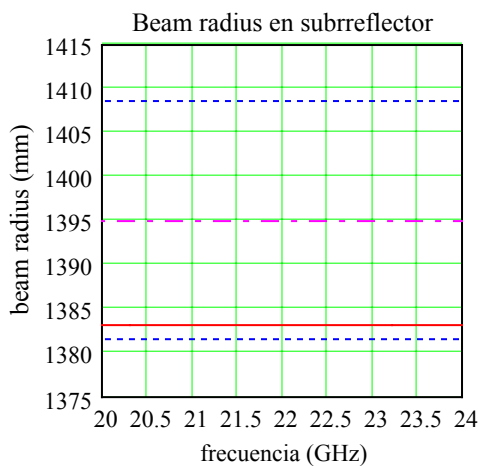


Fig.11. Beam radius en el subreflector. Variación del espesor de la lente del 10% de la l.d.o.

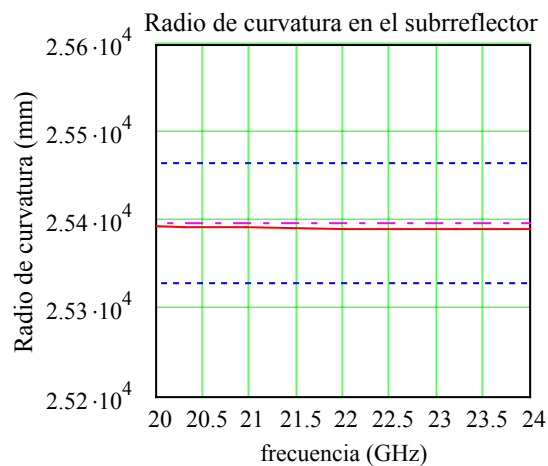


Fig.12. Radio de curvatura en el subreflector. Variación del espesor de la lente del 10% de la l.d.o.

Se pierden las características óptimas de iluminación y enfoque pero se conservan dentro del rango de una l.d.o. de error en el beam radius y de cinco en el radio de curvatura

Pueden compararse con el efecto que tendría en la óptica actual propuesta por la ETSIT dicho error. En este caso se ha variado la distancia d_1 debido a que se emplean lentes delgadas en el análisis y las variaciones de longitud pueden darse en el soporte. Las Fig.13 y 14 muestran como exceden las cotas de una y cinco l.d.o. para beam radius y radio de curvatura respectivamente

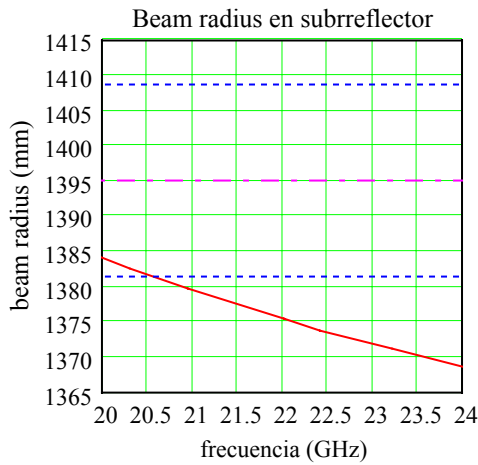


Fig.13. *Beam radius en el subreflector. Variación de $0.1 \lambda_0$ de d_1 . Solución ETSIT*

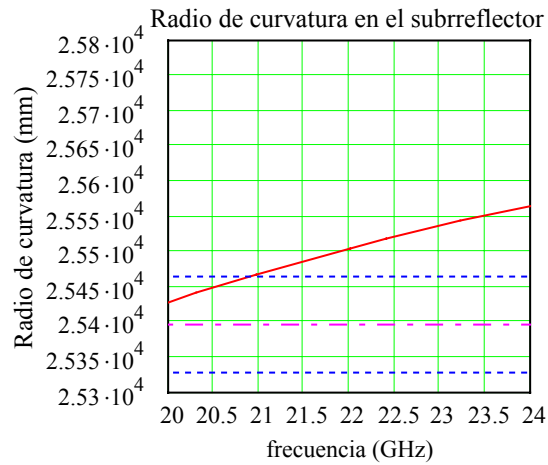


Fig.14. *Radio de curvatura en el subreflector. Variación de $0.1 \lambda_0$ de d_1 . Solución ETSIT*

3.5.2. Error en la distancia lente-espejo.

Estudiamos en este caso un error de una l.d.o. en la distancia d_2 . Las Fig.15 y 16 muestran el beam radius y radio de curvatura en el subreflector.

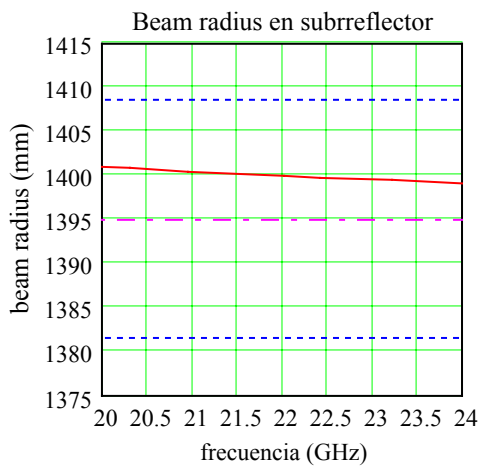


Fig.15. *Beam radius en el subreflector. Variación de la distancia d_2 . una l.d.o.*

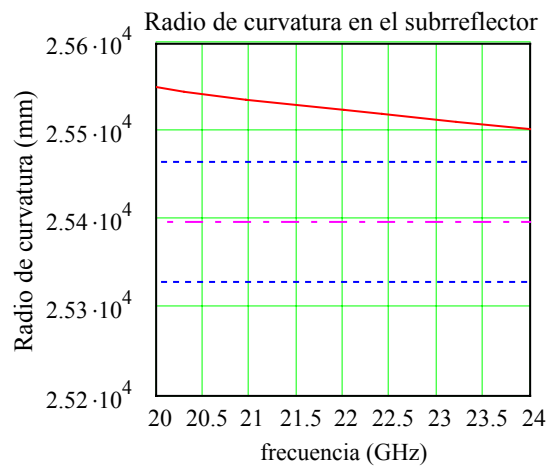


Fig.16. *Radio de curvatura en el subreflector. Variación de la distancia d_2 . una l.d.o.*

Se pierden las características óptimas de iluminación y enfoque. Se conserva dentro del rango de una l.d.o. de error el beam radius mientras que el radio de curvatura excede la cota mostrada hasta ahora y tendría un error de 11 l.d.o. en el punto más dispersivo

Las Fig.17 y 18 muestran las mismas condiciones de error en la solución propuesta por la ETSIT. En este caso el radio de curvatura presenta un error de 27 l.d.o. en la zona más dispersiva.

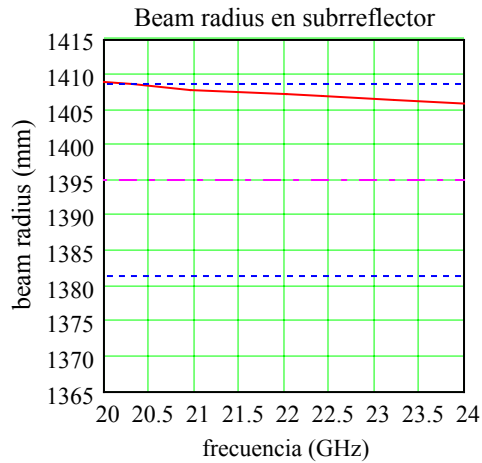


Fig.17. *Beam radius en el subreflector. Variación de la distancia d_2 una l.d.o. Solución ETSIT*

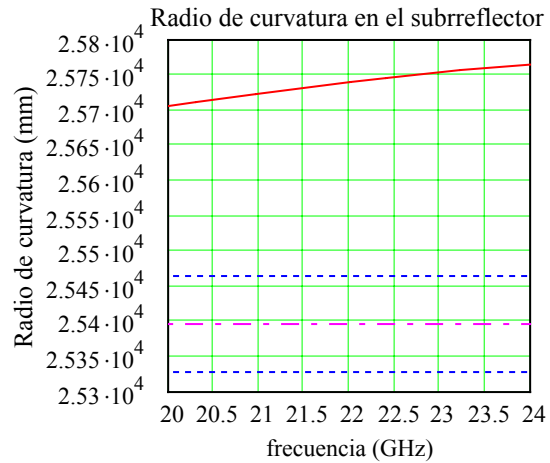


Fig.18. *Radio de curvatura en el subreflector. Variación de la distancia d_2 una l.d.o. Solución ETSIT*

4. Resultados a 22 GHz, 30 GHz y 45 GHz.

Los resultados obtenidos para las diferentes bandas usando las distintas aproximaciones se recogen en la Tabla.4. Se adjunta dimensiones de la bocina y de las lentes

		Bocina				Lente			Óptica				
		F/D	β	a	L	D	t_c	ϵ_r	d_1	d_2	d_3	f_1	f_2
22 GHz	Ideal	1.5	3.403	41.07	114.27	82.14	13.60	2.1	0	490	490	121.43	490
	Ideal sep.	1.5	2.806	36.43	109.08	72.87	10.87	2.1	13.63	484.13	490	122.71	490
	Gruesa	1.5	2.98	37.76	110.26	81.89	13.68	2.1	0	489.21	490	119.70	490
30 GHz	Ideal	1.5	5.152	41.07	102.92	82.14	14.59	2.1	0	490	490	110.81	490
	Ideal sep.	1.5	4.071	34.17	90.14	68.34	10.72	2.1	17.99	477.88	490	108.13	490
	Gruesa	1.5	4.516	36.97	95.12	81.66	14.99	2.1	0	487.98	490	105.46	490
45 GHz	Ideal	1.5	8.186	41.07	97.16	82.14	16.07	2.1	0	490	490	97.16	490
	Ideal sep.	1.5	6.947	35.39	82.02	70.78	12.28	2.1	13.44	483.89	490	98.46	490
	Gruesa	1.5	7.123	36.198	86.71	84.25	16.66	2.1	0	486.44	490	98.2	490

Tabla.4. Resumen de la óptica para las bandas estudiadas. Las dimensiones están en mm y la F/D equivalente está calculada para un taper de -12 dB.

En todos ellos (22, 30 y 45 GHz) en las aproximaciones de lente ideal separada y lente gruesa se consigue un enfoque e iluminación perfectos idénticos a los reflejados en las Fig.7,8,9,10.

Por lo tanto la eficiencia de apertura permanece máxima y constante en toda la banda e igual a 81.2%.

Respecto a la tolerancia frente a los errores de posicionado se comprueba un comportamiento similar a la solución de 22 GHz presentando una mayor robustez frente a los errores debidos a la criogenia y posicionado.

5. Conclusiones.

Se ha estudiado un sistema enfocado en combinación con una bocina con lente correctora de fase. Entre las ventajas de un sistema enfocado destacan la anchura de banda de la solución y bondad ante los errores de posicionado. Por otro lado, las ventajas de una bocina con lente correctora analizadas a priori son mayor simplicidad mecánica en la construcción y el alineamiento, un menor efecto de las contracciones al enfriar y un diseño idéntico de los criostatos que adopten esta solución.

Las limitaciones físicas de la topología de la *solución 2* como solución favorita se han impuesto como condición para que la solución propuesta pueda ser directamente sustituida en dicha solución. Esta restricción ha limitado el estudio a las frecuencias 22 GHz, 30 GHz y 45 GHz, todas tienen como característica común una distancia al foco cassegrain menor de 0.5 m. Se han hallado soluciones a lo largo de un proceso iterativo que comprende sucesivas aproximaciones como son la lente delgada, pegada y separada de la boca de la bocina y finalmente la lente plano-hiperbólica sintetizada.

Las soluciones aquí propuestas han demostrado ser realizables con bocinas de bajas dimensiones. Dichas soluciones no sólo aventajan a las descritas en la *solución 2* por todos los requisitos mecánicos de simplicidad expuestos con anterioridad. La mejora sustancial reside en la excelente adaptación en banda (se consigue una adaptación perfecta) y mayor tolerancia a los errores de posicionado críticos (como son las longitudes dentro del criostato y longitudes en zonas de baja F/D)

6. Referencias

[GARC01]: "*Estudio Cuasióptico de estructuras de focalización para el radiotelescopio de 40m del CAY*". E. García, L. de Haro, J.L. Besada, "I. Técnico del Grupo de Radiación de la ETSIT

[GARC02a]: "*Analysis of the defocused gaussian beam telescope on cassegrain feeds*". E. García, J.A. López Fernández, L. de Haro, B. Galocha, J.L. Besada, A. Barcia. Microwave and optical technology letters", Vol. 32, Issue 10, March 2002

[GARC02b]: "*Estudio de viabilidad de soluciones para la focalización del radiotelescopio del 40m del Centro Astronómico de Yebes*". E. García, L. de Haro, J.L. Besada, I. Técnico del Grupo de Radiación de la ETSIT

[GOLD97]: "*Quasioptical Systems*". P.F.Goldsmith. IEEE Press, 1997.

[LAMB86]: "*Quasioptical coupling of gaussian beam systems to large cassegrain antennas*". J. Lamb, International Journal of Infrared and Millimeter Waves, Vol. 7, nº10, 1986

[LOPE01a]: "*Dimensionamiento de los espejos M3 y M4 del radiotelescopio de 40m del CAY*". J.A. López Fernández, F. Tercero. I. Técnico CAY 2001-5

[LOPE01b]: "*Configuración óptica del radiotelescopio de 40 metros del CAY*". J.A. López Fernández, J. Alcolea, A. Barcia, F. Tercero. I. Técnico CAY 2001-7

[MURP88]: "*Aperture efficiencies of large axisymmetric reflector antennas fed by conical horns*". J.A.Murphy. IEEE Trans. Antennas Propag. AP-36, pp.570-575, April 1998.

[TERC01a]: "*Bocina cónica de pruebas para el criostato de 22 GHz*". F. Tercero, J.A. López Fernández. I. Técnico CAY 2001-1

[TERC01b]: "*Análisis cuasióptico de bocinas corrugadas*". F. Tercero, J.A. López Fernández. I. Técnico CAY 2001-2

[WYLD84]: "*Milimetre-wave Gaussian beam-mode optics and corrugated feed horns*". R. Wylde. IEE Proceedings, Vol.131, No. 4, August 1984