

R

**MEDIDAS DE LA ESTABILIDAD DE FASE  
DEL OSCILADOR LOCAL A DIODO  
GUNN DEL RECEPTOR BANDA Q DEL  
RADIOTELESCOPIO DE 14m**

José Antonio López Fernández  
Alberto Barcia Cancio  
José A. Abad Abad  
Antonio Miguel Pérez

INFORME TÉCNICO CAY 1999-2

MEASURAS DE LA ESTABILIDAD DEL  
DEL OSCILADOR EN EL AERODINAMICO  
CON UN RECEPTOR BANDA Q  
RADIOFRECUENCIA

Jose Antonio Lopez Linares  
Centro de Estudios Científicos  
Calle A. s/n. 35015  
San Juan de los Rios, Cádiz

FORMA TECNICA CAL 1982

## 1. Introducción:

Se describen las medidas de la estabilidad de la fase del oscilador local del receptor de banda Q (42GHz a 49GHz) de la antena de 14m efectuadas los días 15 a 17 de marzo de 1999. La frecuencia seleccionada para el oscilador local correspondió a la utilizada en las observaciones de VLBI de la molécula de SiO realizadas el día 02/03/99.

La medida consistió en inyectar una señal de prueba sinusoidal por la bocina del receptor y observar el resultado de su paso a través de toda la cadena receptora hasta la salida de un BBC del terminal VLBA, comparando su fase con la de la señal FRAME SYNC de dicho terminal, tomada como referencia. Se midió separadamente la fluctuación de la fase de la parte de la cadena situada en la sala de control ("back-end") para estimar su contribución a la fluctuación total.

## 2. Subsistema de inyección de la señal de prueba:

Está esquematizado en la Figura 1: en un mezclador HUGHES 47352H-1210 de banda ancha se obtienen armónicos de la señal de un sintetizador HP-8430B (inyectada al mezclador por su salida de FI), uno de los cuales tiene la frecuencia deseada. Este armónico se extrae por la entrada de RF del mezclador y se radia hacia el receptor por una bocina THOMSON COR33\_50. El aislador HUGHES 45112H-1000 tiene por objeto impedir la radiación de la frecuencia fundamental generada por el sintetizador, que no es suficientemente atenuada por las guías de onda, así como servir de elemento de sujeción mecánica del conjunto en su soporte. La inyección de la FI se hace a través de una T de polarización cuya rama conectada al sintetizador tiene un condensador en serie que interrumpe el paso de la DC y a cuya rama lateral, que tiene una inductancia en serie con el conductor central, se conecta externamente un cortocircuito. De este modo el diodo del mezclador está "shuntado" por un cortocircuito para la DC y un circuito abierto para la FI, protegiéndosele contra descargas estáticas. Aún así, se recomienda no encender o apagar el sintetizador con el mezclador conectado para evitar su destrucción por posibles sobretensiones transitorias generadas en aquél al realizar esas operaciones.

Como alternativa al mezclador citado se ha usado en otras ocasiones un mezclador sintonizable HUGHES 47372H-1200 que solía tener mejor rendimiento de conversión armónica. Para el ajuste de la sintonía de este mezclador y para la caracterización de ambos se ha usado el montaje de la Figura 2. Contrariamente a lo esperado, en las pruebas realizadas en esta ocasión el rendimiento del mezclador de banda ancha fue mejor que el del sintonizable, por lo que se utilizó aquél en las medidas del OL. El que la eficiencia del mezclador HUGHES 47372H-1200 sea peor que la del 47352H-1200 parece indicar que aquél está dañado.

Los resultados de las pruebas se dan en la TABLA 1:

Mezclador	Frecuencia Sintetizador	Potencia Sintetizador	Número de Armónico	Potencia en Tek 494A
Banda ancha 47352H-1200	4310.967 MHz	10 dBm	10	-56 dBm
	5388.70875 MHz	10 dBm	8	-65 dBm
Sintonizable 47372H-1200	4310.967 MHz	17 dBm	10	-70 dBm
	5388.70875 MHz	17 dBm	8	-68 dBm

TABLA 1

La potencia aplicada a la entrada OL del mezclador Honeywell C46-1 (S/N 1E11) tiene que ser excepcionalmente alta (16 dBm o más) para tener unas pérdidas de conversión aceptables: con las potencias de 10 dBm típicas de otros mezcladores del mismo modelo, las altas pérdidas de conversión obtenidas impedían ver la señal resultante de la mezcla en su salida FI.

### 3. Medida de la estabilidad de la fase del “back-end”:

Dentro de la sala de control la señal procedente del “front-end” sufre dos mezclas: a) la primera, en el “up-converter” OAY-09 , con un oscilador de 400 MHz para subir la banda total recibida de  $100 \div 500$  MHz a  $500 \div 1000$  MHz como requiere la entrada del terminal VLBA; b) la segunda, en el correspondiente BBC, que selecciona una subbanda de la banda total y la convierte a banda base (en este caso, la frecuencia del oscilador local varía entre 500 y 1000 MHz). La fase de la señal en la banda base viene afectada, por tanto, por el comportamiento de los dos osciladores locales citados, y se midió la fluctuación introducida por ellos mediante el montaje de la Figura 3. Previamente se comprobó que la fase del sintetizador RACAL-DANA tenía fluctuaciones inapreciables, pudiéndosele considerar como perfecta.

Se hicieron medidas con dos BBC's, el B-565 y el B-569, para comprobar la similitud en el comportamiento entre BBC's y para tener una reserva en caso de avería de uno de ellos en medidas futuras. Se hicieron dos tandas, una con el osciloscopio Tektronix 2445A (analógico) y otra con el HP 1652B (digital), este último funcionando en modo “display accumulate”, que conserva en pantalla todas las trazas obtenidas y debe ser, en principio, más preciso.

En la TABLA 2 se dan los resultados de las medidas, donde las fluctuaciones de fase obtenidas con el osciloscopio digital se muestran entre paréntesis:

BBC	$F_{OL}(BBC)$	$F_{RACAL-DANA}$	FLUCTUACIÓN FASE (pp)
<b>B-565</b>	515.66 MHz	115.67 MHz	18° (17.5°)
	615.66 MHz	215.67 MHz	13° (14.5°)
	715.66 MHz	315.67 MHz	9° (11.5°)
	915.66 MHz	515.67 MHz	22° (23°)
<b>B-569</b>	515.66 MHz	115.67 MHz	22° (23°)
	615.66 MHz	215.67 MHz	13° (14.5°)
	715.66 MHz	315.67 MHz	9° (11.5°)
	915.66 MHz	515.67 MHz	21° (23°)

**TABLA 2**

Como era de esperar, las fluctuaciones de fase registradas con el osciloscopio digital tienden a ser mayores que las obtenidas con el analógico, aunque las diferencias son suficientemente pequeñas como para dar por buenos ambos procedimientos de medida.

#### 4. Medida de la estabilidad de la fase de todo el sistema:

Se utilizó el montaje de la Figura 4. Además de las fluctuaciones rápidas de fase, de amplitud reducida, se observaron variaciones lentas (derivas) de hasta  $180^\circ$ , probablemente ligadas con variaciones térmicas en los sintetizadores o en los cables. También se observaron importantes variaciones sobre la fase al mover los cables y conectores que transportaban la referencia de 5 MHz hacia el sintetizador Racal-Dana 3101 y el HP-8430B. Probablemente será conveniente mejorar la instalación de los cables mencionados, utilizando conectores tipo N en lugar de los BNC actuales.

Los resultados que se dan se refieren a las fluctuaciones rápidas, asumiéndose que los efectos de las fluctuaciones lentas pueden ser corregidos en el correlador. No se empleó, por tanto, la técnica del osciloscopio digital, que habría incluido las variaciones lentas en las trazas conservadas en pantalla.

La componente principal de fluctuación observada parece ser una modulación de red, por virtud de la cual, y con el disparo del osciloscopio sincronizado con los 400 Hz de la señal "Frame Sync", se visualizan simultáneamente en pantalla tres o cuatro trazas sinusoidales, que se reducen a una (móvil) cuando el disparo se sincroniza con la red.

En el montaje de la Figura 4 el divisor de potencia resistivo tiene por objeto separar las referencias de los dos sintetizadores, a fin de no enmascarar posibles modulaciones en uno de ellos que podrían transmitirse al otro si éste funcionase esclavo de la referencia de aquél. Se ensayaron diversas variantes del montaje, que dieron todas fluctuaciones mayores que las del montaje de la figura. Por ejemplo, subiendo las referencias de los dos sintetizadores por cables separados desde dos salidas distintas del Distribuidor Quartzlock, se midieron fluctuaciones de  $45^\circ$  pico a pico, que aumentaban a  $58^\circ$  al encender el compresor de helio (tensiones de corrección pp en la red PLL del Gunn de 0.1V. y 0.7V. respectivamente). También se midieron  $45^\circ$  (compresor encendido o apagado) si en el montaje de la Figura 4 el cable B tomaba la referencia de 5 MHz del distribuidor Quartzlock y no del máser, y este valor de fluctuación bajaba a  $21^\circ$  ( $30^\circ$  con el compresor encendido) si la entrada de 5 MHz al citado distribuidor se atenuaba a 10 dBm en lugar de los 13 dBm que suministra el máser. Todo ello induce a pensar que el distribuidor introduce una modulación de red que depende de la carga exigida a su fuente de alimentación, la cual afectaría de forma diferente a los sintetizadores Racal-Dana y HP, produciendo una fluctuación visible en la señal resultante a la salida del receptor. En las observaciones de VLBI se recomienda, por tanto, tomar directamente del máser la referencia de 5 MHz del sintetizador que gobierna al PLL del primer oscilador local del receptor.

En la TABLA 3 se resumen los resultados de las medidas y las condiciones en las que han sido tomadas (a continuación se dan las claves para interpretar dichas condiciones). En todos los casos, los sintetizadores estuvieron conectados a la red estabilizada.

Claves de las referencias de los sintetizadores:

1. Referencia del HP y del RD procedente de salidas distintas del distribuidor Quartzlock, recibidas por cables separados.
2. Referencia del HP extraída de salida de referencia del RD. Referencia del RD tomada del distribuidor Quartzlock.
3. Referencias de HP y RD tomadas de una salida del distribuidor Quartzlock y separadas por divisor de potencia resistivo, situado en la plataforma de la antena (subida por cable único) o en la sala de control (subida por cables separados).
4. Referencias de HP y RD tomadas directamente del máser y separadas por divisor de potencia resistivo situado en la plataforma de la antena (subida por cable único).

5. Referencia del HP extraída de salida de referencia del RD. Referencia del RD tomada directamente del máser.

Claves del estado del compresor de helio:

- a. OFF.
- b. ON, conectado a red estabilizada.
- c. ON, conectado a red no estabilizada.

Medida	Fluctuación (pp)	Señal de corrección (pp)	Condiciones
1	45°	0.1V	1, a
2	58°	0.7V	1, b
3	45°	0.1V	1, c
4	23°	0.1V	2, a
5	26°	0.7V	2, b
6	45°	0.1V	3, a <sup>1</sup>
7	45°	1V	3, b
8	23°	0.1V	4, a
9	31°	0.7V	4, b
10	21°	0.1V	5, a
11	24°	0.7V	5, b
12	21°	0.1V	1, a <sup>2</sup>
13	30°	0.7V	1, b <sup>2</sup>

**TABLA 3**

La tensión de red a la salida del transformador de aislamiento que alimenta a los sintetizadores y al distribuidor es de aproximadamente 214V (211V) con el compresor apagado (encendido). Vale la pena investigar si estos bajos valores impiden una buena regulación de las respectivas fuentes de alimentación, que se traduzca en una modulación de las referencias generadas por ellos.

<sup>1</sup> En esta situación se probó a intercalar antes del divisor de potencia un circuito con un condensador interrumpiendo el conductor central del cable, y también un circuito con sendos condensadores interrumpiendo el conductor central y la pantalla, sin que se apreciara mejoría en ningún caso.

<sup>2</sup> Con 10 dBm en lugar de 13 dBm en la entrada de 5MHz del distribuidor Quartzlock A5.

## 5. Pérdida de coherencia:

Se asume que las fluctuaciones de fase son debidas a una modulación sinusoidal de red sobre la portadora (10 KHz a la salida del BBC):

$$v(t) = V_0 \cos(\omega_c t + \Delta\Phi_m \sin(\Omega t)) \quad \omega_c = 2\pi \times 10(\text{KHz}) \quad \Omega = 2\pi \times 50(\text{Hz})$$

Fase instantánea:  $\phi(t) = \omega_c t + \Delta\Phi_m \sin \Omega t$

Frecuencia instantánea:  $\frac{d\phi}{dt} = \omega_c + \Delta\Phi_m \Omega \cos \Omega t \quad \Delta\omega_m = \Delta\Phi_m \Omega$

Siguiendo los cálculos del Apéndice 1, la pérdida de coherencia será:

$$L = \cos \varphi J_0\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega}\right) = \cos \varphi J_0(\Delta\Phi_m)$$

donde  $\Delta\Phi_m$  está en radianes. A continuación se dan las pérdidas de coherencia ( $\varphi = 0$ ) para algunas de las medidas de la Tabla 3:

<u>Medida</u>	<u>Condiciones</u>	<u>Pérdida de coherencia</u>
2	1,b	0.9370
5	2,b	0.9872
7	3,b	0.9618
9	4,b	0.9818
11	5,b	0.9891

En la calidad de la fase del oscilador local del receptor sólo influirá la modulación (de red) introducida a través del sintetizador RD, mientras que en las medidas también contribuye la modulación del HP. Según las fases relativas de ambas modulaciones, sus efectos se sumarán o se restarán en el resultado de la medida, de modo que no se puede aventurar si la pérdida de coherencia real será superior o inferior a la calculada aquí. Sin embargo, visto que se han hecho medidas en condiciones muy diferentes, y que todas arrojan valores mejores que 0.93, es de esperar que la relación señal/ruido de las correlaciones no se vea seriamente degradada por el oscilador local del receptor.

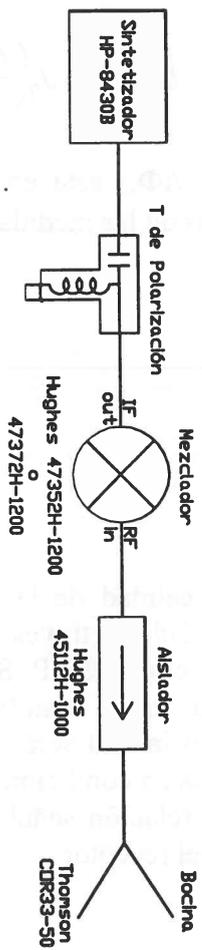


FIGURA 1. Subsistema para la inyección de la señal de prueba

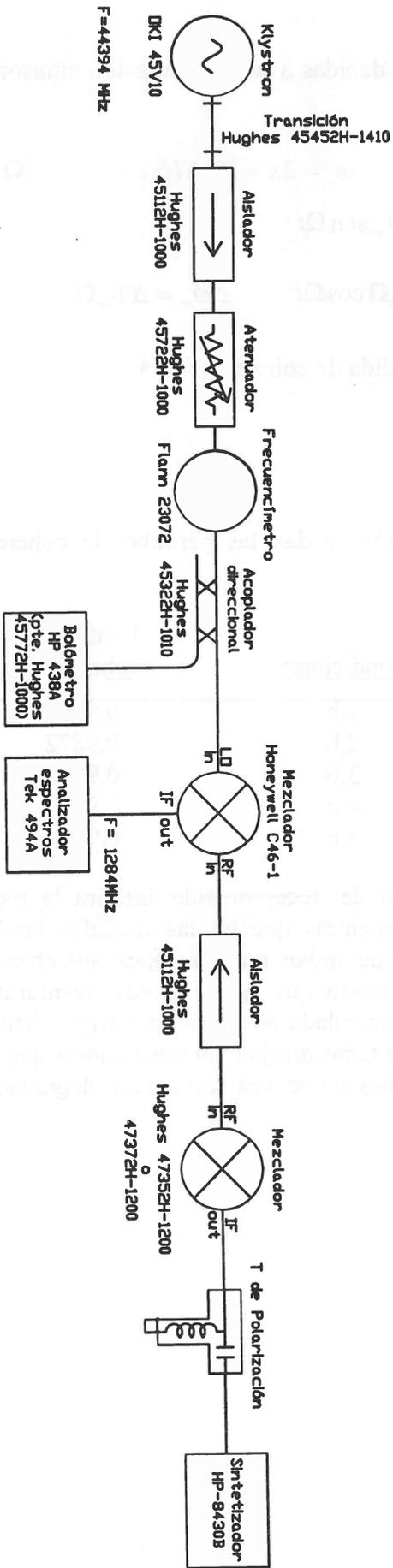


FIGURA 2. Montaje para sintonizar y caracterizar el mezclador Hughes 47372H-1200 usado como multiplicador de frecuencia

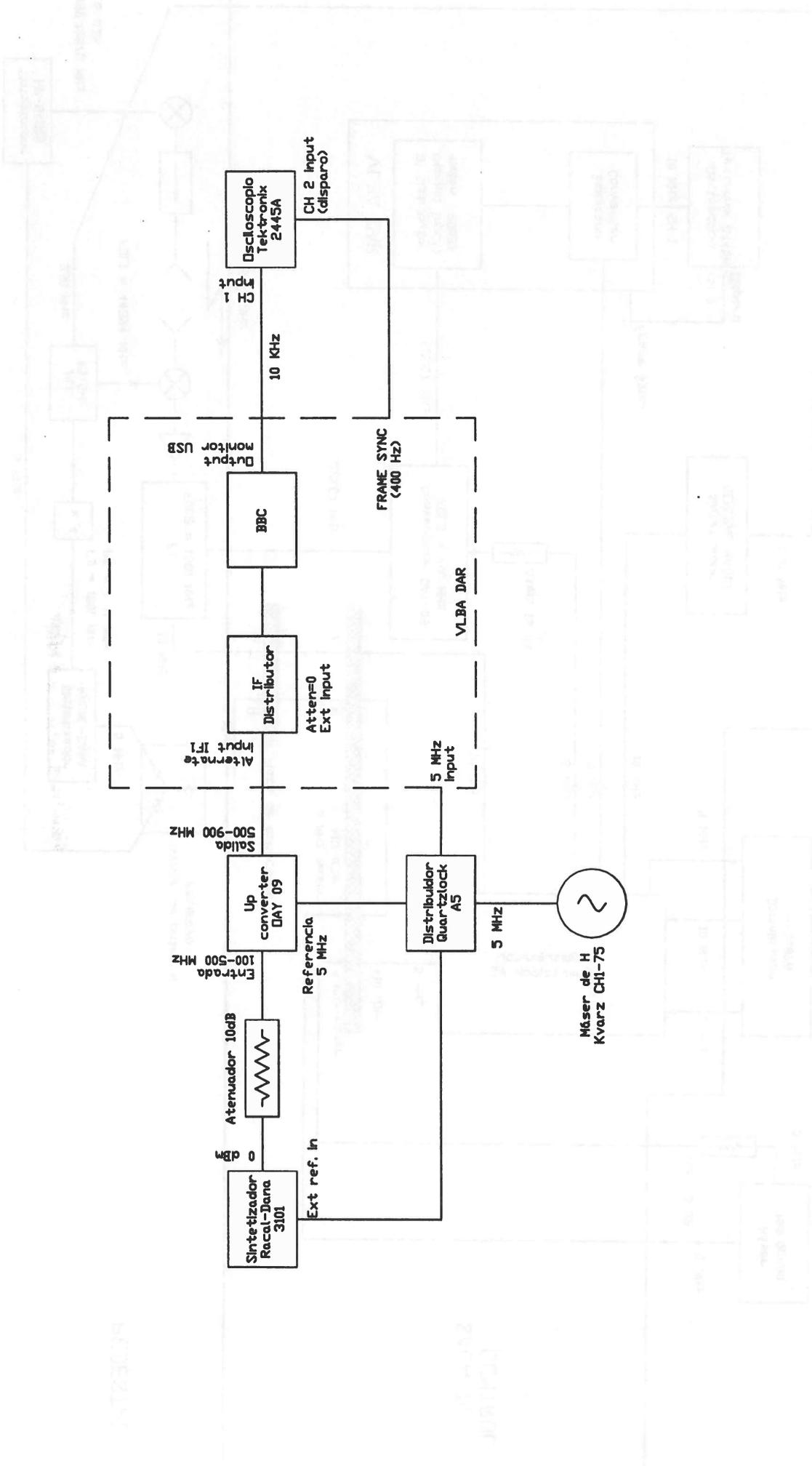


FIGURA 3. Montaje para caracterizar la calidad de la fase de los equipos de la sala de control en VLBI a 7 mm.

PROYECTO: ...

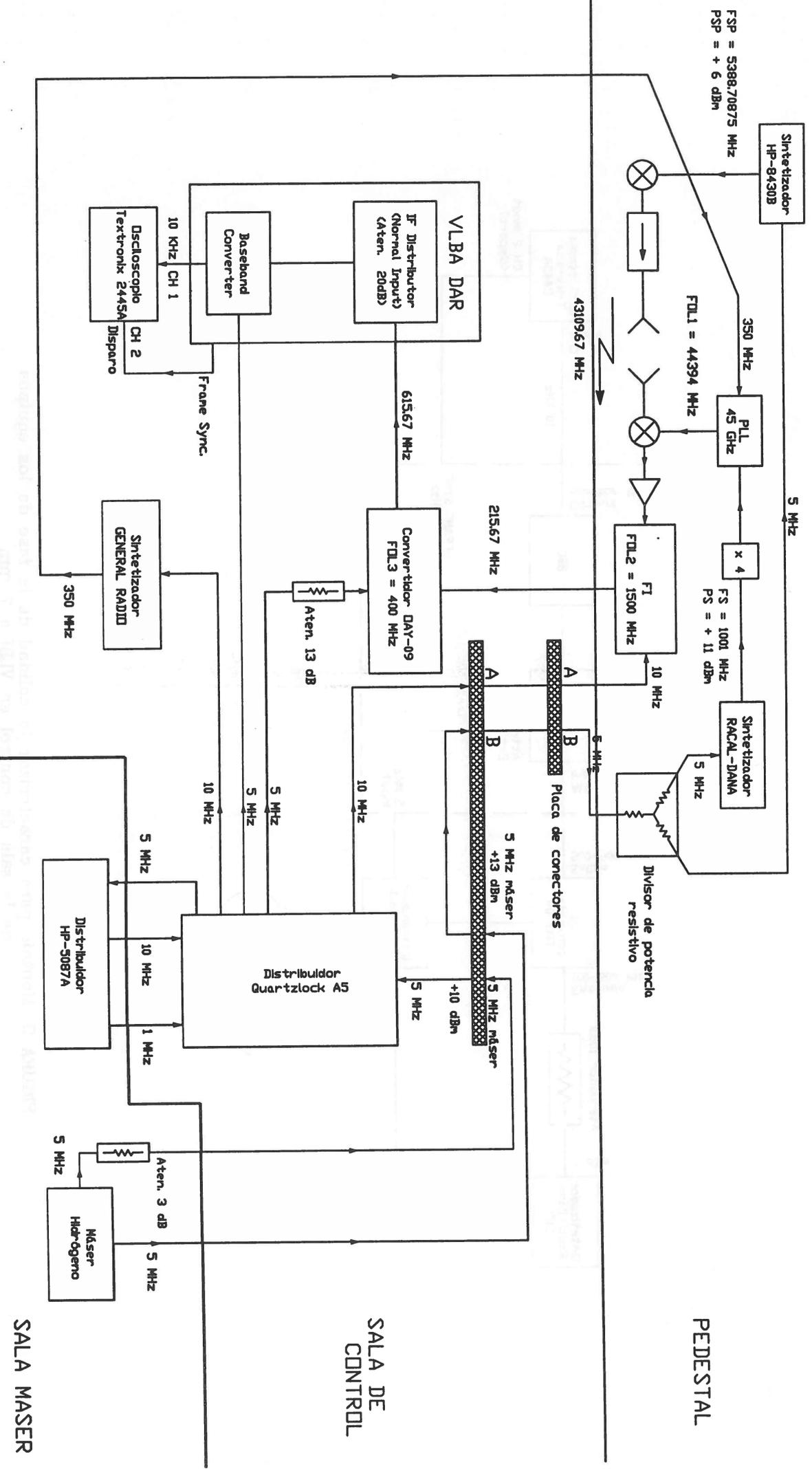


FIGURA 4. Montaje para medir la calidad de la fase de todo el sistema

# PERDIDA DE COHERENCIA EN MODULACION EN FRENTE

Una modulacion de frecuencia en el canal local introduce una modificacion en la frecuencia intermedia, que le lugar a una perdida de coherencia entre las senales de transmision de VLF (en correlacion). Consideremos la perdida de coherencia entre una senal deficiente (modulada) y otra perfecta (no modulada) definiendo dicha perdida como el cociente entre la correlacion de ambos y la correspondiente entre dos senales perfectas (no moduladas).

Señal perfecta:  $s(t) = \cos(\omega_c t)$

Señal modulada:  $s(t) = \cos(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_c} \sin(\omega_m t))$

Donde

$\omega_c$  = frecuencia de la senal (portadora)

## APÉNDICE 1

$\Delta\omega$  = modulación de frecuencia (en rad/s)

$\omega_m$  = frecuencia de modulación

La correlacion de las senales perfectas es  $\int_0^T \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t) dt = \frac{T}{2}$  (para  $T \gg 1/\omega_c$ )

La correlacion de la senal modulada con la perfecta es  $\int_0^T \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_c} \sin(\omega_m t)) dt$

La correlacion de la senal modulada con la perfecta es  $\int_0^T \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_c} \sin(\omega_m t)) dt$

La correlacion de la senal modulada con la perfecta es  $\int_0^T \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_c} \sin(\omega_m t)) dt$

La correlacion de la senal modulada con la perfecta es  $\int_0^T \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_c} \sin(\omega_m t)) dt$

La correlacion de la senal modulada con la perfecta es  $\int_0^T \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_c} \sin(\omega_m t)) dt$

La correlacion de la senal modulada con la perfecta es  $\int_0^T \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_c} \sin(\omega_m t)) dt$

La correlacion de la senal modulada con la perfecta es  $\int_0^T \cos(\omega_c t) \cos(\omega_c t + \frac{\Delta\omega}{\omega_c} \sin(\omega_m t)) dt$

Puesto que  $\Omega \ll \omega_c$ , a lo largo de un período de la portadora  $\left( (n-1) \frac{2\pi}{\omega_c} \leq t < n \frac{2\pi}{\omega_c} \right)$  se puede considerar que la moduladora permanece constante:

$$\frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos(\Omega t + \Phi) = \phi_n = cte$$

luego:

$$C' = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{1}{2\pi \omega_c} \int_{(n-1) \frac{2\pi}{\omega_c}}^{n \frac{2\pi}{\omega_c}} \cos(\omega_c t + \varphi) \cos(\omega_c t + \phi_n) dt = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n$$

$$I_n = \int_{(n-1) \frac{2\pi}{\omega_c}}^{n \frac{2\pi}{\omega_c}} \cos(\omega_c t + \varphi) \cos(\omega_c t + \phi_n) dt = \frac{1}{2} \int_{(n-1) \frac{2\pi}{\omega_c}}^{n \frac{2\pi}{\omega_c}} \cos(2\omega_c t + \varphi + \phi_n) dt + \frac{1}{2} \int_{(n-1) \frac{2\pi}{\omega_c}}^{n \frac{2\pi}{\omega_c}} \cos(\varphi - \phi_n) dt$$

De las dos integrales en que se ha descompuesto  $I_n$ , la primera es nula por estar extendida a dos ciclos exactos del integrando, por lo que:

$$I_n = \frac{1}{2} \int_{(n-1) \frac{2\pi}{\omega_c}}^{n \frac{2\pi}{\omega_c}} \cos(\varphi - \phi_n) dt = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\omega_c} \cos(\varphi - \phi_n) = \frac{\pi}{\omega_c} \cos(\varphi - \phi_n)$$

$$C' = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\pi}{2\pi \omega_c} \cos(\varphi - \phi_n) = \frac{1}{2} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \cos(\varphi - \phi_n)$$

$$C' = \frac{1}{2} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\cos \varphi \cos \phi_n + \sen \varphi \sen \phi_n) = \frac{\cos \varphi}{2} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \cos \phi_n + \frac{\sen \varphi}{2} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sen \phi_n$$

en donde los dos últimos límites representan los valores medios de  $\cos \phi_n$  y  $\sen \phi_n$  respectivamente, valores medios que se pasan a calcular en el ámbito del tiempo:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \sen \phi_n = \overline{\sen \phi_n} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \sen \phi_n dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \sen \left( \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos(\Omega t + \Phi) \right) dt$$

El último integrando es periódico de período  $\frac{2\pi}{\Omega}$  por lo que el promedio puede calcularse extendido a un solo período:

$$\overline{\sen \phi_n} = \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\Omega}} \sen \left( \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos(\Omega t + \Phi) \right) dt = 0$$

puesto que  $\frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos(\Omega t + \Phi) = \phi_n$  recorre completo el intervalo de valores  $\left( -\frac{\Delta\omega_m}{\Omega}, \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \right)$  cuando  $t$  recorre un ciclo de  $\Omega$ , haciendo que el integrando vaya tomando valores iguales y de signo opuesto.

Análogamente al caso del seno, tenemos para  $\cos \phi_n$ :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \cos \phi_n = \overline{\cos \phi_n} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \cos \phi_n dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \cos \left( \frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos(\Omega t + \Phi) \right) dt$$

Como en el caso anterior, al ser periódico el integrando, calculamos el valor medio extendiendo la integral a un solo período:

$$\overline{\cos \phi_n} = \frac{\Omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos(\Omega t + \Phi)\right) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{\Phi}^{2\pi+\Phi} \cos\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos x\right) dx$$

donde se ha hecho el cambio  $x = \Omega t + \Phi$ . Puesto que la última integral se extiende a un período completo del integrando, podemos desplazar arbitrariamente el citado intervalo de integración, resultando:

$$\begin{aligned} \overline{\cos \phi_n} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos x\right) dx = \frac{1}{2\pi} \left( \int_0^{\pi} \cos\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos x\right) dx + \int_{\pi}^{2\pi} \cos\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos x\right) dx \right) = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega} \cos x\right) dx \end{aligned}$$

expresión, esta última, a la que se llega haciendo el cambio  $y = x - \pi$  en la segunda integral. Teniendo en cuenta (Abramowitz–Stegun, pág. 360) que:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(z \cos \theta) d\theta = J_0(z)$$

tenemos:  $\overline{\cos \phi_n} = J_0\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega}\right)$ , por lo que:

$$C' = \frac{\cos \varphi}{2} \overline{\cos \phi_n} = \frac{\cos \varphi}{2} J_0\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega}\right)$$

La pérdida de coherencia, según la definición dada al principio, será:

$$L = \left| \frac{C'}{C} \right| = \left| \cos \varphi J_0\left(\frac{\Delta\omega_m}{\Omega}\right) \right|$$

### Ejemplo:

Una modulación de fase por la red sobre la referencia de 5 MHz de valor -80 dBc supone una  $\frac{\Delta\omega_m}{\Omega}$  de 2 a 50 GHz y de 4 a 100 GHz, que dan unas pérdidas de coherencia de:

$$L = |J_0(2)| = 0.224 \quad (50 \text{ GHz})$$

$$L = |J_0(4)| = 0.397 \quad (100 \text{ GHz})$$

Nótese que la pérdida puede ser menor a frecuencias más altas.

$$\cos \frac{\Delta \omega}{\Omega} = \frac{\Omega}{\omega} \int_0^{\frac{\omega}{\Omega}} \cos \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cos x \right) dx$$

donde se ha hecho el cambio  $x = \Omega t - \Phi$ . Fíjese que la última integral se extiende a un período completo del integrando, podemos desplazar arbitrariamente el límite inferior de integración:

$$\cos \frac{\Delta \omega}{\Omega} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cos x \right) dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \cos \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cos x \right) dx + \int_{\pi}^{2\pi} \cos \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cos x \right) dx =$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cos x \right) dx$$

expresión, esta última se la que se llega haciendo el cambio  $y = x - \pi$  en la segunda integral. Usando de nuevo la identidad de Bessel (ver pag. 380) que

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \cos(x \cos \theta) d\theta = J_0(x)$$

tenemos  $\cos \frac{\Delta \omega}{\Omega} = J_0 \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \right)$ , por lo que

$$\left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \right)^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \cos \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cos x \right) dx$$

La derivada de esta relación según la técnica de la derivada implícita, es:

$$\frac{2}{\pi} \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \right) \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \right) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \cos \left( \frac{\Delta \omega}{\Omega} \cos x \right) dx$$

### Problemas

Una radiación de frecuencia  $\omega$  se refleja en un espejo que se mueve con velocidad  $v$  a lo largo de la línea de visión de la radiación. Se sabe que la frecuencia de la radiación reflejada es  $\omega'$ . Se pide:

$$1. \text{ } \omega' = \omega \left( \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^{1/2}$$

$$2. \text{ } \omega' = \omega \left( \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^{1/2}$$

Indique que la derivada puede ser calculada por la regla de la cadena.

## APÉNDICE 2

APPENDIX 3

## SINTONIZACIÓN DEL OSCILADOR LOCAL PARA VLBI

### 1. Introducción:

Se dan criterios para elegir las frecuencias de sintonía de los diversos osciladores que intervienen en la fijación de la frecuencia de primer oscilador local (diodo Gunn) del receptor. Este oscilador local (OL1) puede sintonizarse en el margen  $42 \div 48$  GHz.

Se opta por entrar al receptor por la banda inferior, con lo que la banda observada en el cielo se transfiere tal cual (sin inversiones) a la banda de FI del terminal VLBA: la selección de la banda inferior en el cielo produce una primera inversión por mezcla con el primer OL, inversión que se deshace al mezclar con el segundo OL para obtener la segunda FI (aquí también se usa la banda inferior). Antes de entrar al terminal VLBA hay una tercera mezcla (up-converter) que se limita a aumentar todas las frecuencias en 400 MHz. La primera mezcla transfiere la banda del cielo (invertida) a la banda  $1100 \div 1400$  MHz; la segunda, la transfiere (directa) a la banda  $100 \div 400$  MHz, y la tercera (directa), a la banda  $500 \div 900$  MHz. En los BBC's se seleccionarán las frecuencias de OL adecuadas para convertir a banda base las correspondientes subbandas del cielo.

### Símbolos utilizados:

$f_{ICI}$  = frecuencia inferior de la banda observada (en el cielo).

$f_{CI}$  = cualquier frecuencia de la banda observada (en el cielo)

$F_{OL1}$  = frecuencia del primer OL (Gunn)

$F_{OL2}$  = 1500 MHz = frecuencia del segundo OL

$F_{UC}$  = 400 MHz = frecuencia del OL del "up - converter"

$F_{BBC}$  = Frecuencia del OL del BBC

$f_{BB}$  = frecuencia en la banda base correspondiente a  $f_{CI}$  ( $f_{BB} = 0$  para  $f_{CI} = f_{ICI}$ )

### 2. Ecuaciones:

$$f_{BB} = -(F_{OL1} - f_{CI}) + F_{OL2} + F_{UC} - F_{BBC} = f_{CI} - (F_{OL1} - F_{OL2} - F_{UC} + F_{BBC})$$

$$0 = f_{ICI} - (F_{OL1} - F_{OL2} - F_{UC} + F_{BBC})$$

$$\boxed{F_{OL1} + F_{BBC} = f_{ICI} + F_{OL2} + F_{UC} = f_{ICI} + 1900 \text{ (MHz)}} \quad (1)$$

a) Control de OL1 por un solo lazo PLL con multiplicador por 4, usando como referencia el sintetizador RACAL-DANA:

$$F_{OL1} = 350 + 4 \cdot N \cdot F_S \quad (F_{OL1} \text{ y } F_S \text{ en MHz}) \quad (2)$$

$F_S$  = frecuencia del sintetizador

$N$  = armónico de  $4F_S$  utilizado en el mezclador armónico del lazo PLL ( $N$  entero)

$$F_S = \frac{F_{OL1} - 350}{4N} = \frac{f_{ICI} + 1900 - F_{BBC} - 350}{4N} = \frac{f_{ICI} - F_{BBC} + 1550}{4N} \quad (3)$$

Por diseño del terminal VLBA,  $F_{BBC}$  tiene que ser múltiplo de 10 KHz. En la práctica se elige  $f_{ICI}$  de modo que sea múltiplo también de 10 KHz y de esta forma se puede seleccionar una  $F_{BBC}$  tal que  $f_{ICI} - F_{BBC}$  sea un número entero de MHz. En estas condiciones, y expresando  $F_S$  en hertzios:

$$\boxed{F_S = \frac{(f_{ICI} - F_{BBC}) \cdot 10^6 + 1550 \cdot 10^6}{4N} = \frac{250000}{N} (f_{ICI} - F_{BBC} + 1550) \text{ (Hz)}} \quad (4)$$

donde  $f_{ICI}$  y  $F_{BBC}$  están expresadas en MHz. Con la elección citada para  $F_{BBC}$ ,  $f_{ICI} - F_{BBC} + 1550$  es un número entero, y  $F_S$  será un número entero de Hz si  $N$  es un submúltiplo de 250000 (por ejemplo  $N = 8$  ó  $N = 10$ ). En estas circunstancias, un sintetizador con resolución de 1 Hz es adecuado para convertir exactamente  $f_{ICI}$  a la frecuencia 0 de la banda base.

En general se procederá como sigue: dado  $f_{ICI}$ , que vendrá fijado por razones astronómicas, se utilizará la fórmula (1) para seleccionar  $f_{ICI}$  y  $F_{BBC}$  de tal manera que  $F_{BBC}$  esté comprendido entre 500 y 1000 MHz y que, de ser posible,  $F_{OL1}$  sea un número entero de MHz. A continuación, se empleará la fórmula (4) para determinar  $F_S$  y  $N$ .

b) Control de OL1 por dos lazos PLL, un VCO a ~4 GHz y un sintetizador de VHF (General Radio):

En el lazo que controla a OL1 la frecuencia intermedia es de 350 MHz, como en el caso a); en el lazo que controla al VCO, es de 20 MHz. Se tiene:

$$F_{OL1} = f_{ICI} + 1900 - F_{BBC} \quad (1)$$

$$F_{OL1} - 350 = N_2 F_{VCO} \quad (5)$$

$$F_{VCO} - 20 = N_1 F_S \quad (F_{OL1}, f_{ICI}, F_{BBC}, F_{VCO}, F_S \text{ en MHz}) \quad (6)$$

$F_{VCO}$  = frecuencia del VCO

$N_1$  = armónico de  $F_S$  usado en el control del VCO

$N_2$  = armónico de  $F_{VCO}$  usado en el control de OL1

$F_{VCO}$  deberá estar en torno a los 4 GHz. Dado el margen de sintonía de OL1, la ecuación (5) implica que  $N_2$  tomará casi siempre el valor 11.  $F_S$  deberá estar comprendida en el margen  $150 \div 160$  MHz, lo que implica que, según la ecuación (6), el valor más probable para  $N_1$  es 26. De las ecuaciones (1), (5) y (6) sale:

$$F_S = \frac{f_{ICI} - F_{BBC} - 20N_2 + 1550}{N_1 N_2}$$

También se tiene que:

$$F_{BBC} = 500 + 0.01 \cdot n \quad 0 \leq n \leq 50000 \quad (n \text{ entero}) \quad (7)$$

que expresa que  $F_{BBC}$  toma valores entre 500 y 1000 MHz a saltos de 10 KHz. Con ello, se tiene:

$$F_S = \frac{1050 + f_{ICI} - 20N_2 - 0.01 \cdot n}{N_1 N_2} \quad (F_S, f_{ICI} \text{ en MHz}) \quad (8)$$

Expresando  $F_S$  en Hz y  $f_{ICI}$  en decenas de KHz, la ecuación (8) se convierte en:

$$F_S = 10^4 \frac{105000 + f_{ICI} - 2000N_2 - n}{N_1 N_2} \quad (F_S \text{ en Hz}, f_{ICI} \text{ en KHz} \times 10) \quad (9)$$

donde  $F_S$  debe ser entero (sintetizador con resolución de 1 Hz).

Fijado  $f_{ICI}$  por los condicionamientos astronómicos, el procedimiento a seguir consiste en fijar  $N_2 = 11$  y ensayar con  $N_1 = 26$ , buscando  $n$  para que (9) dé un valor entero para  $F_S$  dentro del

margen  $150 \div 160$  MHz. Si no se consigue, ensayar  $N_1 = 25$  ó  $N_1 = 27$ , y si sigue sin obtenerse el valor deseado, fijar  $N_2 = 10$  ó  $N_2 = 12$  y repetir el proceso. Normalmente habrá varios valores de  $n$  que satisfagan los requisitos impuestos y se podrá elegir aquél que resulte más conveniente, ya sea desde el punto de vista de la frecuencia deseada para el BBC ó para OL1.

c) Generación de la señal de prueba:

Las pruebas de la estabilidad de fase de OL1 se suelen hacer inyectando por la bocina del receptor una señal de prueba obtenida por multiplicación de la señal de un sintetizador, y comparando la fase de la sinusoide resultante a la salida de un BBC con el FRAME SYNC (400 Hz) del formateador, que se toma como referencia estable.

Es conveniente elegir el valor  $f_{ICI} + 10(\text{KHz})$  como frecuencia de la señal de prueba, ya que proporciona una frecuencia de 10 KHz en la salida de banda base del BBC, la cual es fácil de visualizar en un osciloscopio disparado por el FRAME SYNC.

La frecuencia  $F_{SP}$  a seleccionar en el sintetizador que genera la señal de prueba será:

$$F_{SP} = \frac{(f_{ICI} + 1) \cdot 10^4}{N'} \quad (F_{SP} \text{ en Hz, } f_{ICI} \text{ en KHz} \times 10) \quad (10)$$

Se elegirá  $N'$  de modo que  $F_{SP}$  dado por (10) sea entero (sintetizador con resolución de 1 Hz).

3. **Ejemplo. Observación del 02/03/99:**

Requisitos astronómicos:

Banda en el cielo (MHz)	$43109.66 \div 43125.66$
Banda base correspondiente (MHz)	$0.00 \div 16.00$

De lo que precede se deduce:  $f_{ICI} = 43109.66$  MHz. Se procuró elegir  $F_{OL1}$  próxima a 44418 MHz, por ser ésta la frecuencia más utilizada en antena única para observaciones de SiO ( $v=1 \rightarrow 0$ ) y una de las frecuencias a las que el PLL presenta mejor comportamiento.

a) Control de OL1 por un solo lazo PLL:

La fórmula (1) con  $F_{OL1} = 44418$  MHz da:

$$F_{BBC} = 591.66 \text{ MHz}$$

La fórmula (3) ó (4) da:

$$F_S = \frac{44068}{4N} = \frac{11017}{N} = 1101.7 \text{ MHz} \quad (N = 10)$$

La frecuencia de la señal de prueba será  $f_{SP} = 43109.66$  (MHz) + 10 (KHz) = 43109.67 (MHz).

La fórmula (10) da:

$$F_{SP} = \frac{4310967 \cdot 10^4}{N'} \text{ Hz}$$

$$F_{SP} = 5388708750 \text{ Hz} = 5388.70875 \text{ MHz} \quad (N' = 8)$$

$$F_{SP} = 4310967000 \text{ Hz} = 4310.967 \text{ MHz} \quad (N' = 10)$$

b) Control de OL1 por dos lazos PLL:

No es posible elegir  $F_{OL1} = 44418$  MHz porque da lugar a una  $F_S$  que no es un número entero de hertzios. Operando según el procedimiento establecido en 2.b), la ecuación (9) da:

$$F_S = 10^4 \frac{4393966 - n}{11 \cdot 26} = 10^4 \left( 15363 + \frac{148 - n}{11 \cdot 26} \right) = 15363 \cdot 10^4 + 5000 \cdot \frac{148 - n}{11 \cdot 13} \text{ Hz}$$

La expresión  $E = \frac{148 - n}{11 \cdot 13}$  debe ser entera para que lo sea  $F_S$ . Para que  $F_{OL1}$  sea próxima a 44418 MHz,  $F_{BBC}$  deberá ser próxima a 591.66 MHz según lo visto en el apartado 3.a), lo que implica un valor para  $n$  cercano a 9166 [ecuación (7)]. Se ha elegido  $n = 9157$ , que cumple ambos requisitos. La aplicación de las ecuaciones (9), (7), (6) y (1) proporciona todas las frecuencias necesarias para la sintonía, que se resumen a continuación:

$F_S = 153.315$ MHz	$(n = 9157, N_1 = 26, N_2 = 11)$
$F_{BBC} = 591.57$ MHz	
$F_{VCO} = 4006.19$ MHz	
$F_{OL1} = 44418.09$ MHz	

La señal de prueba será idéntica a la del caso 3.a), al ser  $f_{IC1}$  la misma en ambos casos.