REALIZACIÓN DEL LOCAL TIE DE LAS DISTINTAS TÉCNICAS GEODÉSICAS-ESPACIALES EN EL OBSERVATORIO DE YEBES.

Beatriz Córdoba Hita, Javier López Ramasco

INFORME TÉCNICO IT - CDT 2018-20

Los desarrollos descritos en este informe técnico han sido cofinanciados por el Proyecto de investigación del Plan Nacional de investigación fundamental no orientada, FIS2012-38160 "ESTUDIOS Y DESARROLLOS INSTRUMENTALES DE GEODESIA ESPACIAL Y PRIMERAS MEDIDAS DE LINEAS DE BASE INTERCONTINENTALES CON PRECISIONES MILIMÉTRICAS"

Contenido

1. INTRODUCCIÓN	1
2. DESCRIPCIÓN DE LAS TÉCNICAS	2
3. INSTRUMENTACIÓN REQUERIDA	3
4. ESTUDIO DE LA VIABILIDAD Y DISEÑO DE LA RED GEODÉSICA DE PILARES	
5. DISEÑO DE LOS PILARES	
6. MEDIDAS REALIZADAS	8
6.1. MEDIDA Y CÁLCULO DE LAS COORDENADAS A PRIORI DE LOS PILARES CON GNSS	8
6.2. MEDIDA DE LA RED CON LA ESTACIÓN TOTAL TS50	8
6.3. CÁLCULO DE LOS PUNTOS INVARIANTES DE LAS ANTENAS GNSS	9
6.3.1. YEB1	9
6.3.2. YEBE	10
6.4. CÁLCULO DE LOS PUNTOS INVARIANTES DE LOS RADIOTELESCOPIOS	14
6.4.1. Antena 13 metros	
6.4.2. Antena 40 metros	
6.4.3. Comparación de los resultados de los puntos invariantes con el program	na AXIS 19
7. ESTUDIO DE LA PRECISIÓN DEL MULTIPRISMA	21
7.1. CON LAS MEDIDAS DE LA ANTENA DE 13 METROS	22
7.2. Con las medidas de la antena de 40 metros	2 3
8. AJUSTE DE LA RED CON GEOLAB	25
9. TRANSFORMACIÓN DE LOS PUNTOS INVARIANTES AL SISTEMA DE LA RED LOCAL	
10. INTEGRACIÓN EN LA RED DE LOS PUNTOS INVARIANTES	32
11. TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS DEL SISTEMA DE LA RED LOCAL AL SISTEM	MA GLOBAL IGB08
	34
12. RESUMEN DE LOS PUNTOS INVARIANTES CALCULADOS. FORMATO SINEX	36
13. CÁLCULO DEL LOCAL TIE A PARTIR DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS	38
14. CONCLUSIONES	40
45 DEFEDENCIAS	

1. INTRODUCCIÓN

El ITRF o marco de referencia terrestre internacional es el resultado de la combinación de los sistemas de referencia calculados a partir de las cuatro técnicas de geodesia espacial: GNSS (Global Navegation Satellite System), VLBI (Very Long Baseline Interferometry), SLR (Satellite Laser Ranging) y DORIS (Doppler). Para realizar la combinación entre dichos sistemas de referencia independientes es necesario disponer de emplazamientos en las que se disponga de varias de dichas técnicas que midan simultáneamente, así como de los vectores tridimensionales que las unen, llamados local ties.

En el centro de Desarrollos Tecnológicos de Yebes se dispone actualmente de dos de las cuatro técnicas de geodesia espacial, GNSS y VLBI. En cuanto a la técnica VLBI, se disponen de dos radiotelescopios, uno de ellos con una antena de 40 metros y el otro con una antena de 13 metros que sigue las especificaciones VGOS (VLBI Global Observing System). Por otro lado en cuanto a la técnica GNSS el Observatorio dispone de dos antenas YEBE y YEB1.

En este informe se van a detallar todos los trabajos llevados a cabo para obtener los local ties entre las distintas técnicas geodésicas situadas en el emplazamiento del Observatorio de Yebes, que según estipula GGOS (Global Geodetic Observing System) deben ser obtenidos con una precisión de 1 mm o inferior.

Con el fin de unir todas las técnicas y obtener el local tie con la precisión requerida es imprescindible el diseño de una red geodésica local de pilares en el entorno del observatorio. Desde dichos pilares se medirán distancias y ángulos horizontales y cenitales con precisiones muy elevadas a partir de una estación total con el fin de ajustar la red y calcular unas coordenadas de pilares muy precisas que nos permitan el cálculo del local tie con la precisión recomendada.

Para enlazar las técnicas primeramente se procederá a calcular los puntos de referencia invariantes (PRI) en un sistema local, tanto de las antenas GNSS con de las antenas VLBI, que posteriormente se transformarán en el sistema de la red haciendo uso de una transformación Helmert 3D de 7 parámetros (Molodensky-Badekas). Finalmente todas las coordenadas dadas en el sistema de la red local serán transformadas al sistema de referencia internacional IGb08.

2. DESCRIPCIÓN DE LAS TÉCNICAS

Como ya hemos señalado en la introducción el centro de Desarrollos Tecnológicos de Yebes dispone de dos antenas VLBI, una de 40 metros y otra de 13 metros que cumple con las especificaciones de VGOS, y dos antenas GNSS, YEBE, situada en el tejado del edificio de oficinas y que pertenece a la red IGS (International GNSS Service) y YEB1 situada en el tejado del pabellón de gravimetría y que pertenece a la red española ERGNSS. En la Figura 2.1 figuran los vectores entre las distintas técnicas que se quieren calcular, mientras que en la Figura 2.2 se pueden ver las distintas antenas de las técnicas que se quieren enlazar.



Figura 2.1

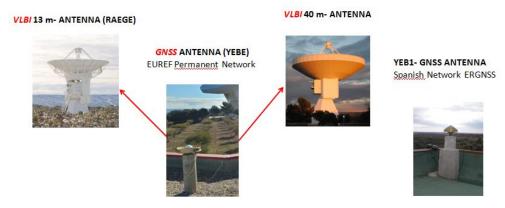


Figura 2.2

En la Tabla 2.1 se resumen las características principales de cada una de las técnicas geodésicas de las que dispone el Observatorio:

Space Geodetic Technique	Name	DOMES number	Antenna type/Receptor type/Support	Code/ 4-CID
VLBI	YEBES40M	13420S002	40 m. RT. Cassegrein-Nasmith.	7389
VLBI	RAEGYEB	13420S003	13 m. RT. VGOS. RAEGE.	7386
GNSS	YEBE	13420M001	TRM29659.00/ TRIMBLE NETRS/1.2 m. concrete pillar	YEBE
GNSS	YEB1	13420M002	LEIAR25/ LEICA GRX+GNSS/1.2 m. concrete pillar	YEB1

Tabla 2.1

3. INSTRUMENTACIÓN REQUERIDA

Entre la instrumentación que ha sido necesaria para llevar a cabo el local tie encontramos:

• Una estación total Leica TS50 con precisión de 0.5" y 0.6mm +1 ppm en ángulos y distancias respectivamente.



Figura 3.1

• 8 prismas GPH1P con una alta precisión de centrado de 0.3 mm y alcance de distancia de 3.500 m.



Figura 3.2

• 9 basadas GDF321 sin plomada óptica



Figura 3.3

• 1 trípode de madera GST20-9



Figura 3.4

• 8 Adaptadores GRT144 con precisión de centrado de 1 mm.



Figura 3.4

• 2 (RRR) Reflector Red-Ring (1.5" de diametro).



Figura 3.5

• 1 GPS (Leica GR25 con doble frecuencia y antena AR20).



Figura 3.6

- Una estación meteorológica portátil.
- Software Geolab.

4. ESTUDIO DE LA VIABILIDAD Y DISEÑO DE LA RED GEODÉSICA DE PILARES

Como ya se ha mencionado con anterioridad el primer paso en el cálculo del local tie ha consistido en diseñar una red de pilares que permita obtener la precisión requerida. Para ello, en primer lugar se realizó una preselección de los vértices intentando formar triángulos lo más equiláteros posible, y de manera que desde cada vértice exista el mayor número de visuales al resto de los vértices. Además cada una de las diferentes antenas tendrá que estar rodeada por un triángulo lo más equilátero posible formado por 3 pilares, que permitirá calcular con mayor precisión el PRI (Punto de Referencia Invariante) de cada técnica. Una vez preseleccionada la red se simula cuál sería la precisión que podríamos alcanzar con ese diseño y con la metodología que se utilice para medir la red.

Para conocer más sobre el procedimiento del diseño de la red se hace referencia al informe técnico CDT 2017-3: "Estudio planimétrico de la viabilidad y diseño de la red geodésica de pilares en el Centro de Desarrollos Tecnológicos de Yebes", Córdoba, B, López-Ramasco, J.

En la Figura 4.1 se muestra la configuración finalmente elegida que está compuesta de un total de 24 vértices (20 pilares a los que se suman las cuatro técnicas geodésicas).



Figura 4.1

Para generar la simulación de las medidas de la red se han usado datos de distancias y de ángulos con un error de 0.6 mm + 1 ppm y 2.5" respectivamente. Para realizar el ajuste de la red se ha usado el método de variación de coordenadas teniendo en cuenta ecuaciones de ángulos y de distancias y constreñimientos internos con la propiedad de que la solución estimada tiene una varianza mínima.

Las elipses de error de la Figura 4.2 nos muestran que en planimetría se pueden conseguir precisiones por debajo del milímetro.

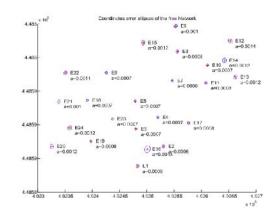


Figura 4.2

La precisión con la que podríamos calcular los local ties entre las distintas técnicas de geodesia espacial la podemos ver en la Tabla 4.1.

Local Tie	Precisión (m)
VLBI40-VLBI13	0.0009
VLBI40-GNSS (YEBE)	0.0008
GNSS (YEBE)- GNSS (YEB1)	0.0007
VLBI13- GNSS (YEB1)	0.0007
VLBI13- GNSS (YEBE)	0.0007
VLBI40- GNSS (YEB1)	0.0008

Tabla 4.1

5. DISEÑO DE LOS PILARES

Una vez diseñada la red se llevó a cabo la construcción de 20 pilares de 1.30 m de altura. Recientemente se ha construido un nuevo pilar, pilar 25, que todavía no forma parte de la red. Los pilares están hechos de hormigón y hierro y están compuestos por un cilindro de 30 cm de diámetro dentro de un tubo protector. El espacio aislante de aire entre ellos es de 5cm. Para prevenir de las inclemencias los pilares están dotados de una tapa de metal en la parte superior y un orificio de drenaje en la parte inferior del pilar. La parte superior del pilar interno está formada por una plataforma redonda de 5mm de espesor de acero inoxidable. En el centro del pilar hay un tornillo de media estándar de 5/8" que permite el centrado forzoso de los prismas o de la estación total. Para llegar a la roca madre fue necesario excavar entre 1 y 1.5 metros.

La variación teórica de estos pilares debido a las dilataciones del hormigón armado es de 0.5 mm/año y 1mm/año en altura y en horizontal respectivamente. Sin embargo, el hecho de que existan veranos secos o inviernos húmedos puede hacer que estos valores sean más grandes. Por este motivo sería necesario realizar toma de series de medidas para estudiar su estabilidad y validarlos.

Para conseguir una precisión del local tie alrededor de 1-2 mm, la estabilidad de los pilares no debería exceder a desplazamientos de 2-3 mm al año.







Figura 5.2



Figura 5.3

6. MEDIDAS REALIZADAS

6.1. Medida y cálculo de las coordenadas a priori de los pilares con GNSS

Antes de medir y ajustar la red es necesario tener unas coordenadas aproximadas desde las cuales partir. Estas se pueden obtener de diversas maneras pero en nuestro caso se obtuvieron midiendo toda la red de pilares con una antena GNSS.

Para poder fijar, nivelar y orientar la antena GNSS se utilizó una plataforma de nivelación de 8 cm de altura aproximada de la marca SECO-MFG (Figura 6.1).



Figura 6.1

Se realizaron mediciones de más de 5 horas con un muestreo de 1 segundo sobre cada uno de los pilares y se calcularon, con el software libre RTKLIB, coordenadas X,Y,Z, así como la matriz de varianza covarianzas de las coordenadas en el sistema ETRS89 realizando líneas base con la estación fija YEBE, situada encima del edificio de oficinas. Las precisiones obtenidas fueron inferiores a los 5 mm.

6.2. Medida de la red con la estación total TS50

La red fue medida con la estación total TS50 midiendo ángulos y distancias desde cada pilar hasta todos los posibles pilares adyacentes. Las medidas fueron realizadas de forma automática a través de un software propio basado en el envío de comandos Geocom, que controla remotamente la estación total mediante cable o Bluetooth. La metodología de medición consistió en realizar 5 vueltas de horizonte midiendo cada visual en CD (círculo directo) y en CI (círculo inverso).

En cada estacionamiento se midió temperatura, presión y humedad, que la propia estación tendrá en cuenta para dar valores corregidos de distancias y ángulos, principalmente por refracción.

El factor de anamorfosis usado para la proyección UTM, en la propia estación fue de 1.

En todos los pilares, una vez colocadas las bases nivelantes, se midió, con un calibre y con la ayuda de una chapa de 3.4 mm, la altura al tornillo al que están referenciadas las medidas, medida que luego habrá que tener en cuenta para introducir la altura del instrumento en el programa de ajuste de la red. La altura final de la mira será, esta altura medida con el calibre

(basada al que habrá que restar posteriormente la anchura de la chapa de 3.4 mm) más la altura del prisma contante de 19.65 cm.

Los datos medidos con la estación, y grabados en un fichero en el ordenador han tenido que ser transformados a formato Geolab mediante software de elaboración propia.



Figura 6.2



Figura 6.3

6.3. Cálculo de los puntos invariantes de las antenas GNSS

El punto invariante de una antena se GNSS es un punto que se encuentra en el eje principal de simetría de la antena a una altura que viene determinada en las especificaciones y suele coincidir con la parte inferior de la antena.

En nuestro caso se han medido los puntos invariantes de las dos antenas GNSS de los que dispone el observatorio: YEB1 situada encima del edificio de gravimetría y YEBE situada encima del edificio de oficinas. Cada uno de ellos se ha medido de distinta manera.

6.3.1. YEB1

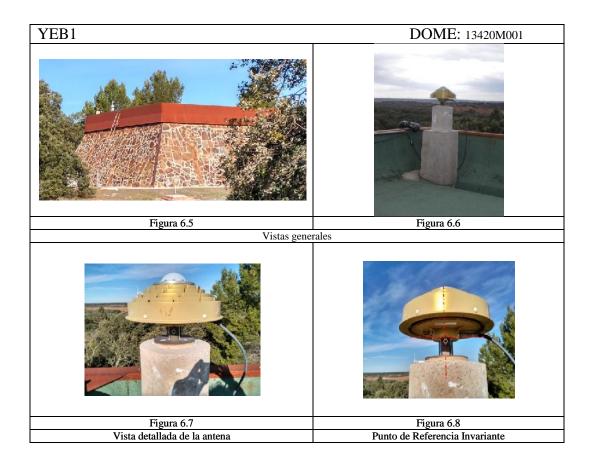
La estación GNSS YEB1 fue instalada en Abril de 2009 y pertenece a la Red Nacional Permanente de estaciones GNSS (ERGNSS). Como ya hemos señalado está situada encima del edificio de gravimetría. La antena está instalada sobre un pilar de hormigón armado de 1.20 m de altura y su punto invariante se encuentra 6 cm por encima de la parte superior del pilar.

La metodología seguida para medir el punto invariante en este caso, fue bastante sencilla ya que se obtuvo el permiso para sustituir la antena por un prisma GHP1 al cual se midió desde todos los pilares adyacentes. La micro red utilizada para medir este punto invariante está formada por los pilares P18, P19, P20 y P21 (Figura 6.4). Desde cada uno de ellos se midió tanto al prisma situado en la posición de YEB1, como al resto de los pilares que conforman la micro red a los cuales se tenía visual con el objetivo tanto de orientar como de reforzar la red.



Figura 6.4

Estos datos fueron introducidos en el ajuste total de la red, de donde se deducirá, como posteriormente veremos, el punto invariante de la antena GNSS YEB1.



6.3.2. YEBE

La estación GNSS YEBE fue instalada en Noviembre de 1992 y está situada en el tejado del edificio de oficinas. La antena está instalada sobre un pilar de hormigón armado de 1.20 m de altura. El punto de referencia invariante se encuentra situado en la parte superior del soporte de centrado coincidiendo con el ARP (Antenna Reference Point) de la antena.

YEBE pertenece a diversas redes:

- A la red nacional permanente de GNSS (ERGNSS).

- A la red permanente EUREF (EPN).
- Al servicio internacional de GNSS (IGS).
- A la red TEIDE.

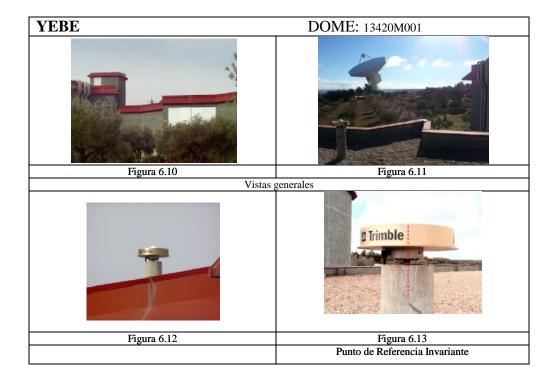
Debido a la importancia de este punto y su fragilidad por antigüedad, no se obtuvo el permiso para desinstalar la antena y colocar un prisma en su lugar, motivo por el cual se tuvo que recurrir a otras técnicas más complejas para determinar el punto de referencia invariante de YEBE. La técnica que se llevó a cabo distingue entre planimetría y altimetría y se midió usando de nuevo una micro red con los pilares que rodean la antena, estos son P6, P7, P8 y P9 (Figura 6.9), cuyas coordenadas encontramos en la Tabla 6.1.



Figura 6.9

Pilar	Coordenadas en el Sistema Local Plano						
	N E H						
6	4487772.0995±0.0004	492423.4710±0.0003	970.1789±0.0006				
7	4487758.3373 <u>+</u> 0.0004	492545.1463±0.0003	970.0898±0.0006				
8	4487810.3012 <u>+</u> 0.0004	492552.3371±0.0004	968.0385±0.0006				
9	4487844.2079±0.0004	492549.0472±0.0005	966.6877±0.0006				

Tabla 6.1



La altura de la antena en este caso se ha considerado 0.

Veamos el procedimiento seguido para el cálculo del punto invariante, que como ya se ha señalado se separó en planimetría y altimetría.

Planimetría

Para el cálculo de la planimetría del punto invariante se midió, desde los pilares que conforman la micro red, el eje de simetría de la antena usando el bastón que la sostiene biseccionando con el hilo de la puntería de la estación total. A partir de dichas medidas utilizando el método de intersección directa, e introduciendo las coordenadas de los pilares en el ajuste de la red se dedujeron las coordenadas planimétricas.

Las medidas entre los pilares de la micro red fueron usados tanto para determinar la posición de YEBE como para reforzar la red.

En la Tabla 6.2 podemos ver las coordenadas planimétricas, del punto invariante (x_c, y_c) obtenidas en el sistema local de la red (Este-Norte).

Coordenadas Planimétricas del centro			
$x_c : Este$	y_c : Norte		
492489.8847±0.0006	4487817.2794±0.0005		

Tabla 6.2

<u>Altimetría</u>

El cálculo de la altimetría se llevo a cabo apuntando a la esquina superior de la antena GNSS desde cada uno de los pilares que la rodean. A estos puntos pertenecientes al eje vertical los hemos llamado 106, 107, 108 y 109 y han sido medidos utilizando únicamente medidas de ángulos verticales. Coinciden en planimetría con las coordenadas del punto invariante pero la altimetría de cada uno de ellos es distinta. A estas alturas hay que aplicarles una corrección x para bajarlas a la parte superior del la antena GNSS (Figura 6.14)

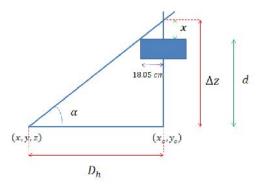


Figura 6.14

Por semejanza de triángulos x y su desviación típica $\sigma_{\!x}$ vienen dadas por:

$$x = \frac{18.05}{D_h} \frac{\Delta z}{D_h}$$

$$\sigma_x^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \Delta z}\right)^2 \sigma_{\Delta z}^2 + \left(\frac{\partial x}{\partial D_h}\right)^2 \sigma_{D_h}^2$$

donde

$$\frac{\partial x}{\partial \Delta z} = \frac{18.05}{D_h}$$
$$\frac{\partial x}{\partial D_h} = \frac{-18.05 \Delta z}{{D_h}^2}$$

 D_h es la distancia entre (x,y) y (x_c,y_c) y σ_{D_h} su desviación:

$$D_h = \sqrt{(x_c - x)^2 + (y_c - y)^2}$$

$$\sigma_{D_h}^2 = \left(\frac{\partial D_h}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial D_h}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial D_h}{\partial x_c}\right)^2 \sigma_{x_c}^2 + \left(\frac{\partial D_h}{\partial y_c}\right)^2 \sigma_{y_c}^2$$

siendo:

$$\frac{\partial D_h}{\partial x} = \frac{x - x_c}{D_h}$$

$$\frac{\partial D_h}{\partial y} = \frac{y - y_c}{D_h}$$

$$\frac{\partial D_h}{\partial x_c} = \frac{x_c - x}{D_h}$$

$$\frac{\partial D_h}{\partial y_c} = \frac{y_c - y}{D_h}$$

y Δz y su desviación $\sigma_{\Delta z}$

$$\Delta z = D_h \cdot \tan \alpha$$

$$\sigma_{\Delta z}^2 = \left(\frac{\partial \Delta z}{\partial D_h}\right)^2 \sigma_{D_h}^2 + \left(\frac{\partial \Delta z}{\partial \alpha}\right)^2 \sigma_{\alpha}^2$$

siendo lpha el ángulo de medida

donde:

$$\frac{\partial \Delta z}{\partial D_h} = \tan \alpha$$

$$\frac{\partial \Delta z}{\partial \alpha} = \frac{D_h}{(\cos \alpha)^2}$$

Finalmente las x que hay que corregir a cada altura así como las alturas alcanzadas en el punto (x_c, y_c) corregidas por x vienen dadas en las Tablas 6.3 y 6.4 respectivamente:

Pilar	x
6	0.00578130±
	0.00000015
7	0.00596630±
	0.00000015
8	0.0135636 <u>+</u>
	0.0000002
9	0.0168662±
	0.0000003

Tabla 6.3

Puntos	Punto invariante
106	972.9742
107	972.9738
108	972.9745
109	972.9737
Media	972.9740±0.0004

Tabla 6.4

Por último hay que tener en cuenta que a este valor de altura hay que restarle la altura desde la parte superior de la antena hasta el IRP, es decir -0.102 m.

En la Tabla 6.5 se resumen las coordenadas del punto invariante de la antena GNSS YEBE en coordenadas Norte/Este/Altura y en X, Y, Z:

YEBE (Punto 15)	NORTE	ESTE	ALTURA
	4487817.2794±0.0005	492489.8847±0.0006	972.8720±0.0004
	X	Υ	Z
	4848724.9845± 0.0004	-261632.4726 ± 0.0006	4123093.9855±0.0005

Tabla 6.5

Cálculo de los puntos invariantes de los radiotelescopios

6.4.

El punto invariante de un radiotelescopio se define como la intersección entre su eje de azimut y el de elevación y en el caso de que no intersequen, se define como la proyección del eje de elevación sobre el eje de azimut. Normalmente este punto es inaccesible o no está materializado.

Existen diversos métodos para realizar su cálculo. Nosotros hemos utilizado el método clásico de los círculos, que consiste en el ajuste de puntos medidos sobre la estructura del radiotelescopio bajo ciertas condiciones o constreñimientos a unos círculos 3D. En este modelo el

radiotelescopio es rotado alrededor de uno de sus ejes dejando el otro fijo, de manera que la trayectoria de cada marcador corresponde a un círculo. Este proceso se repite para distintas orientaciones del radiotelescopio y para ambos ejes. Se puede obtener una información detallada de la metodología usada en el informe técnico: "Cálculo del punto invariante de una antena. Método de ajuste clásico por círculos. Aplicación al radiotelescopio RAEGE del Observatorio de Yebes", Beatriz Córdoba Hita, Javier López Ramasco.

En resumen el método consiste **en primer lugar** <u>calcular el eje de azimut</u> para lo cual se utilizan observaciones a un prisma durante la rotación del radiotelescopio alrededor del eje de azimut para distintas elevaciones.

En segundo lugar <u>calcular los Ejes de Elevación</u> para lo cual se realizan observaciones a un prisma durante la rotación del radiotelescopio alrededor de los ejes de elevación para distintos acimutes. Los centros de los arcos ajustados junto con el vector normal de cada arco de circunferencia generan los ejes de elevación.

Las observaciones son ajustadas a círculos en el espacio (intersección entre una esfera y un plano), teniendo en cuenta además que el centro de la esfera debe satisfacer la ecuación del plano. En el ajuste se determinan los parámetros de cada circunferencia (centro y radio).

Las ecuaciones del ajuste son:

Esfera

$$F(L,X) = (x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 + (z_i - c)^2 - r^2$$

Plano:

$$G(L,X) = A \cdot x_i + B \cdot y_i + C - z_i$$

Constreñimientos:

$$H(L,X) = A \cdot a + B \cdot b + C - c$$

donde (a, b, c), r son el centro y el radio de la esfera y A, B, C son los parámetros del plano.

6.4.1. Antena 13 metros

Para el cálculo del punto de referencia invariante en la antena de 13 metros se han utilizado dos metodologías distintas: utilizando un pilar interior de la cabina del radiotelescopio y utilizando los pilares exteriores.

6.4.1.1. Metodología 1: Medición desde el interior de la cabina

En este caso, el punto invariante ha sido calculado colocando la estación total TS50 en el pilar central del radiotelescopio (al que se han dado unas coordenadas fijas de (1000, 2000, 3000)) sobre un trípode solidario a la torre de hormigón del radiotelescopio (Figura 6.15).



Figura 6.15

Para mayor seguridad por el escaso espacio de estacionamiento, el trípode fue sujeto con unas bridas a la chapa del pilar central y fue elevado lo suficiente para poder tener visibilidad a los pilares exteriores a través de dos ventanas circulares situadas en cada uno de los contrapesos y permitir hacer una intersección inversa desde ellos (Figura 6.18).

Las medidas se realizaron apuntando a un reflector Corner cube "RRR Hexagon" con una precisión de construcción de 0.0001 mm que fue adosado magnéticamente en el interior de ambos contrapesos (Figuras 6.16 y 6.17).



Figura 6.16



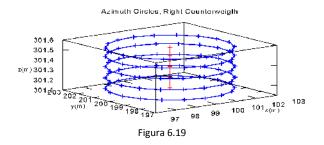
Figura 6.17



Figura 6.18

Para realizar la observación se movió la antena de 7 a 87º en elevación cada 20 º y de 0 a 360º en acimut con un tiempo de espera entre observaciones de 40 segundos. Sincronizada al movimiento del radiotelescopio se movió la estación total haciendo un seguimiento al prisma.

En la Figura 6.19 se muestra un ejemplo de los círculos horizontales ajustados:



Una vez acabada la medida de los círculos, se realizaron medidas a los pilares exteriores para posicionar el pilar interior de la cabina en el sistema de nuestra red.

En la Tabla 6.6 se muestran las coordenadas obtenidas de los pilares V1, V2 y V3 desde el interior de la cabina en las coordenadas locales del sistema con centro (1000, 2000, 3000).

	х	у	z	σ_{χ}	σ_{y}	σ_z
v1	978.846658	2020.871601	2990.070556	0.000074	0.000148	0.000071
v2	1004.480675	1969.629860	2991.011311	0.000135	0.000093	0.000021
v3	1025.557567	2017.089360	2991.589699	0.000043	0.000068	0.000071

Tabla 6.6

6.4.1.2. Metodología 2: Medidas desde los pilares exteriores

En este caso el punto invariante ha sido calculado desde los pilares exteriores V1, V2 y V3 de forma independiente haciendo observaciones a dos multi-prismas colocados en los contrapesos del radio telescopio. En este caso la precisión de las medidas es algo peor pues la cantidad de observaciones para cada círculo horizontal se reduce debido a la falta de visibilidad desde cada pilar.

Un ejemplo de los arcos de círculo verticales y horizontales para ambos contrapesos desde uno de los pilares los podemos ver en las Figuras 6.20, 6.21 y 6.22.

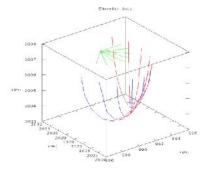
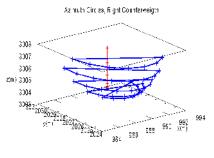


Figura 6.20



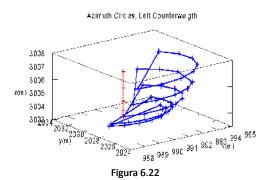


Figura 6.21

Desde cada vértice se calculó el punto invariante y los parámetros de la antena en un sistema local distinto. En cada uno de los vértices se consideró un sistema local con centro fijo (1000, 2000, 3000).

6.4.1.3. Resultados

Todos los cálculos realizados han sido comprobados con el programa AXIS llegando a los mismos resultados. En la Tabla 6.7 podemos ver un resumen de todos los puntos invariantes calculados por las distintas metodologías en sus sistemas locales:

	Punto invariante			Excentricidad (m)	Inclinación antena	No ortogonalidad
	x(m)	y(m)	z(m)		respecto la normal (")	(")
DENTRO DE LA CABINA	999.995744 ±0.000005	1999.985069 ±0.000004	2999.4148 ±0.0004	0.0015±0.0008	-18.2±0.3	-1±19
DESDE V1	1016.9103 ±0.0006	2024.4467 ±0.0003	3009.1247 ±0.0007	0.0021±0.0009	-30± 5	-24 ±18
DESDE V2	991.7959 ±0.0007	1970.4331 ±0.0005	3008.1757 ±0.0009	0.0019±0.0011	-8±6	90±26
DESDE V3	990.2755 ±0.0006	2029.1783 ±0.0012	3007.5961 ±0.0018	0.0014±0.0016	-28±3	-39±13

Tabla 6.7

6.4.2. Antena 40 metros

En el caso de la antena de 40 metros solo ha sido posible medir la antena desde los pilares exteriores al radiotelescopio ya que no existe un pilar central como en el caso de la antena de 13 metros. La metodología ha sido por tanto igual que para el cálculo del punto invariante de la antena de 13 metros, midiendo a dos multi-prismas colocados en los contrapesos de la antena de 40 metros desde los tres pilares exteriores con los que poder comparar resultados. En este caso

los vértices desde los que se ha medido son V10, V12 y V13. En cada uno de ellos se consideró un sistema local con centro fijo (1000,2000, 3000) (Figura 6.23).



Figura 6.23

En la Tabla 6.8 podemos ver todos los puntos invariantes calculados desde los distintos pilares en sus sistemas locales:

	Punto invariante			Excentricidad (m)	Inclinación antena respecto la	No ortogonalidad (")
	x(m)	y(m)	z(m)		normal (")	()
DESDE V10	1031.587±0.002	1990.7866±0.0007	3020.280±0.002	2.005±0.005	-6±5	-54±36
DESDE V12	989.8568±0.0009	1969.9515±0.0005	3020.8831±0.0018	2.005±0.003	-20±4	97±31

Tabla 6.8

6.4.3. Comparación de los resultados de los puntos invariantes con el programa AXIS

Para contrastar los resultados obtenidos se han realizado los cálculos de los puntos invariantes tanto de la antena de 13 metros como de la de 40 metros a partir de todas las medidas tomadas desde todos los pilares exteriores y en el caso de la antena de 13 metros también desde las medidas tomadas desde el pilar interior con otro programa proporcionado por Altamimi. Axis 1.07. En la Tabla 6.9 se puede ver un resumen de las diferencias entre los puntos invariantes calculados y las excentricidades con ambos programas obteniendo diferencias que están por debajo de la precisión con la que están calculados los puntos en la mayoría de los casos. Para poder comparar los resultados, se han transformado los datos s un sistema local centrado en el (0,0,0).

			Este	Norte	Up	Excentricidad
Antena 13m	Pilar	Mi programa	-0.0043±0.000007	-0.0149±0.000002	-0.5855±0.00003	0.000095±0.000062
7	Interior	Axis	-0.0043	-0.0150	-0.5854	0.0006
	interior	Diferencia	0	0.0001	0.0001	0.0005
	Pilar V1	Mi programa	16.9103±0.0006	24.4467±0.0003	9.1247±0.0007	0.002133 <u>+</u> 0.0009
		Axis	16.9104	24.4468	9.1236	0.00236
		Diferencia	0.0001	0.0001	0.0011	0.0002
	Pilar V2	Mi programa	-8.2041 <u>+</u> 0.0007	-29.5669±0.0005	8.1757±0.0009	0.001851 <u>±</u> 0.0011
		Axis	-8.2041	-29.5669	8.1737	0.00169
		Diferencia	0	0	0.002	0.00016
	Pilar V3	Mi programa	-9.7245 <u>+</u> 0.0006	29.1783±0.0012	7.5961 <u>+</u> 0.0018	0.00136±0.0016
	1	Axis	-9.7245	29.1784	7.5948	0.00178
		Diferencia	0	0.0001	0.0013	0.0004
Antena 40m	Pilar V10	Mi programa	31.5875 <u>+</u> 0.002	-9.2134 ±0.0007	20.2802±0.002	2.004909± 0.005
		Axis	31.5864	-9.2141	20.2814	2.004
		Diferencia	0.0011	0.0007	0.0012	0.0009
	Pilar V12	Mi programa	-10.1432 <u>+</u> 0.0009	-30.0485±0.0005	20.8831±0.0018	2.005458 <u>+</u> 0.003
		Axis	-10.1433	-30.0484	20.8826	2.0043
		Diferencia	0.0001	0.0001	0.0005	0.0012
	Pilar V13	Mi programa	-29.8210 <u>+</u> 0.0012	-11.4266 ±0.0004	20.9055±0.0016	2.007377±0.003
		Axis	-29.8207	-11.4266	20.9034	2.0045
		Diferencia	0.0003	0	0.0021	0.0029

Tabla 6.9

7. ESTUDIO DE LA PRECISIÓN DEL MULTIPRISMA

A partir de las medidas realizadas a los multi-prismas colocados en los contrapesos de las antenas de 13 y 40 metros desde los pilares exteriores se puede realizar un estudio de la precisión con la que se puede medir con dichos multi-prismas.

Cada multi-prisma está formado por 4 prismas pequeños pegados (Figura 7.2), que hacen que reflejen la señal independientemente del ángulo con el que se miren. El diseño se puede ver en la Figura 7.1.

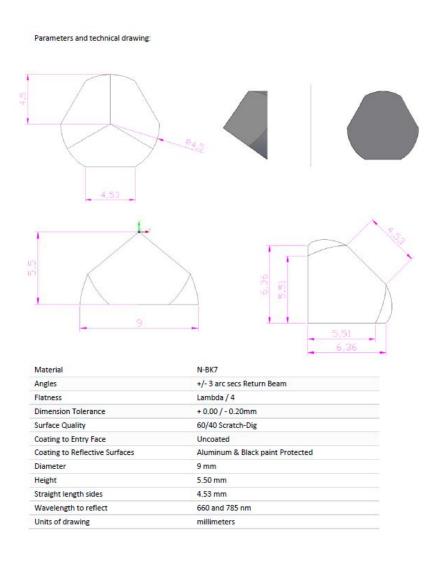


Figura 7.1



Figura 7.2

Para estudiar la precisión se ha realizado un estudio de los residuales de los datos ajustados a los círculos desde los distintos pilares. En las siguientes tablas (Tablas 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6) se ha juntado la precisión relativa a los residuales del ajuste mínimos cuadrados de los arcos y los círculos para ver la precisión con la que podemos medir usando el multi-prisma.

7.1. Con las medidas de la antena de 13 metros

				ESTUDIO DE LA	A PRECISIÓN DEL MU	LTIPRISMA	DESDE V1						
Residual					Contrapes	o Derecha							
medio de	Arco Az.40º	Arco Az	z.60º	Arco Az.80	Arco Az.1)()Q	Arco Az. 120º			rco az.140º	Arco 160º		
cada arco	0.000465±0.000320	0.000411±0.0	000178	0.000280±0.000	0.000269 <u>+</u> 0.0	00148 0.0	001037 <u>+</u> 07	000533	0.000574	±0.000164	0.000096 ± 0.000053		
					Contrapes	Contrapeso Izquierdo				' - ' -			
	Arco Az. 0º	Arco Az.2	02	Arco Az. 2602	Arco Az. 280º	Arco A	z.3002	Arco Az.	.3202	Arco Az. 340º	Arco Az. 360º		
	0.000226±0.00013	0.000367±0.0	0.0	000269±0.00016	0.000198±0.00016	0.000370±	0.00022	0.000290±0	80000.0	0.000313±0.00013	0.000213±0.00012		
	6	0	0		3	8		3		2	4		
Res. medio	0.000358±0.000221												
de todos los													
arcos													
Res.	0.001634												
máximo de													
tados las													
arcos													
Residual						o Derecho							
Residual medio de	Círculo El. 1	_		ulo El. 27º	Círculo E	I. 47º			lo El. 67º		Círculo El. 87º		
Residual medio de cada círculo	Círculo El. 3 0.000440±0 000310	_	Círc 0.000721 0		0.000285 0.0001	I. 47º		Círcu l 6371 0.0004:			Círculo El. 87º 377 0.000208		
Residual medio de	0.000440±0.000310	C	0.000721 0	0.000482	0.000285 0.0001 Contrapes	l. 47º 66 o Izquierdo		637 0.0004	28	0.0000	377 0.000268		
Residual medio de cada círculo	0.000440±0.000310	7 <u>0</u>	0.000721 C Círc	0.000482 culo El. 27º	Círculo E 0.0002851 0.0003 Contrapes Círculo E	l. 47º .66 o Izquierdo l. 47º		637 0.0004; Círcul	28 lo El. 67º	0.0000	077 0.000268 Círculo El. 87º		
Residual medio de cada círculo horizontal	Círculo El. 2 0.000440±0.000310	7º	0.000721 0	0.000482 culo El. 27º	0.000285 0.0001 Contrapes	l. 47º .66 o Izquierdo l. 47º		637 0.0004	28 lo El. 67º	0.0000	377 0.000268		
Residual medio de cada círculo horizontal Res. Medio	0.000440±0.000310	7º	0.000721 C Círc	0.000482 culo El. 27º	Círculo E 0.0002851 0.0003 Contrapes Círculo E	l. 47º .66 o Izquierdo l. 47º		637 0.0004; Círcul	28 lo El. 67º	0.0000	077 0.000268 Círculo El. 87º		
Residual medio de cada círculo horizontal Res. Medio de todos los	Círculo El. 2 0.000440±0.000310	7º	0.000721 C Círc	0.000482 culo El. 27º	Círculo E 0.0002851 0.0003 Contrapes Círculo E	l. 47º .66 o Izquierdo l. 47º		637 0.0004; Círcul	28 lo El. 67º	0.0000	077 0.000268 Círculo El. 87º		
Residual medio de cada círculo horizontal Res. Medio de todos los círculos	Círculo El. 2 0.000440±0.000310	7º	0.000721 C Círc	0.000482 culo El. 27º	Círculo E 0.0002851 0.0003 Contrapes Círculo E	l. 47º .66 o Izquierdo l. 47º		637 0.0004; Círcul	28 lo El. 67º	0.0000	077 0.000268 Círculo El. 87º		
Residual medio de cada círculo horizontal Res. Medio de todos los círculos horizontale	Círculo El. 2 0.000440±0.000310	7º	0.000721 C Círc	0.000482 culo El. 27º	Círculo E 0.0002851 0.0003 Contrapes Círculo E	l. 47º .66 o Izquierdo l. 47º		637 0.0004; Círcul	28 lo El. 67º	0.0000	077 0.000268 Círculo El. 87º		
Residual medio de cada círculo horizontal Res. Medio de todos los círculos hunizontale s	0.000440±0 000910 Circulo El.: 0.000467 0.0001B1 0.000523±0 000153	7º	0.000721 C Círc	0.000482 culo El. 27º	Círculo E 0.0002851 0.0003 Contrapes Círculo E	l. 47º .66 o Izquierdo l. 47º		637 0.0004; Círcul	28 lo El. 67º	0.0000	077 0.000268 Círculo El. 87º		
Residual medio de cada circulo horizontal Res. Medio de todos los circulos horizontale s. Res.	Círculo El. 2 0.000440±0.000310	7º	0.000721 C Círc	0.000482 culo El. 27º	Círculo E 0.0002851 0.0003 Contrapes Círculo E	l. 47º .66 o Izquierdo l. 47º		637 0.0004; Círcul	28 lo El. 67º	0.0000	077 0.000268 Círculo El. 87º		
Residual medio de cada círculo horizontal Res. Medio de todos los círculos hunizontale s	0.000440±0 000910 Circulo El.: 0.000467 0.0001B1 0.000523±0 000153	7º	0.000721 C Círc	0.000482 culo El. 27º	Círculo E 0.0002851 0.0003 Contrapes Círculo E	l. 47º .66 o Izquierdo l. 47º		637 0.0004; Círcul	28 lo El. 67º	0.0000	077 0.000268 Círculo El. 87º		

Tabla 7.1

			ESTU	DIO DE LA PRECISI	ÓN DEL MULTIPRISN	/IA DESDE V2					
Residual medio	Τ				Contrapeso Der	echo					
de cada arco	Arco	Arco A7.202	Arco Az. 409	Arco Az. 260º	Arco Az. 280º	Arm A7.3002	Arco A7.320º Arco AZ. 34		U 5	Arco Az. 360º	
	A/. 0º										
	0.00012	0.000291±0.0001	0.000238±0.0001	0.000891±0.0006	0.000438±0.0002	0.000478±0.0002	0.000278±0.0001	0.000241±0.0	001	0.000751 ± 0.0006	
	3 1 0.000	G4	34	11	71	29	36	14		44	
	083										
					Contrapeso Izqu	iierdo					
	Arco A	z. 120º	Arco az.140º	Arco 1	60º	Arco Az. 180º	Arco az.	2009		Arco 240º	
	0.000318	0.000208 0.0001	35 <u>+</u> 0.000044	0.000408±0.0002	70 0.00	0481+0.000329	0.000244±0.0000	08	0.00	0272±0.000245	
Res. medio de	0.000372	± 0.000214									
todos los arcos											
Res. máx. de	0.001926										
todos los arcos											
Res. medio de					Contrapeso Der	recho					
cada círculo	Círc	ulo El. 7º	Círculo El. :	279	Circulo El. 4	7º	Círculo El. 67º			Círculo EL 87º	
horizontal	0.000551	0.000397 0.	.000089 0.000481	0.0	000749 0.000436	0.0				0.000243	
		•			Contrapeso Izqu	ierdo					
	Círc	ulo El. 7º	Círculo El. :	279	Circulo El. 4	7º	Círculo El. 67º		Círe	ulo El. 87º	
	0.000359	_0.000166 0.	.00009210.000515	0.0	00039910.000165	0.0	0071210.000132	0.00	0531	0.000233	
Res.Medio de	0.000564	0.000151				'					
todos los círculos											
Res. máx. de	0.000749	ı									
todos los círculos											

Tabla 7.2

		ESTUDIO DE I	LA PRECISIÓN DEL MUL	TIPRISMA DESDE V3		
Residual medio de cada			Con	trapeso Derecho		
arco	Arco 150º	Arco Az. 180º	Arco az.200º	Arco Az.20º	Arco Az. 260º	Arco Az. 280º
	0.000497±0.000269	0.000305±0.000173	0.000219±0.000056	0.000149±0.000082	0.000714±0.00030	0.000547±0.000240
			Conf	rapeso Izquierdo		
	Arco Az. 0º	Arco Az. 20º	Arco Az. 60º	Arco Az.80≌	Arco Az. 100º	Arco Az.120º
	0.000141±0.000094	0.000176±0.000089	0.000593±0.000204	0.000312 <u>±</u> 0.000198	0.000255±0.00017	73 0.000504±0.000282
Residual medio de Lodos	0.000351±0.000182				'	•
os arcos						
Residual máximo de todos	0.001015					
los arcos						
Residual medio de cada			Con	trapeso Derecho		
círculo horizontal	Circulo El. /º	Circulo El. :	27º Circulo	El. 1/0	Circulo El. 6/º	Circulo El. 8/º
	0.000/45 <u>+</u> 0.000/25	0.000597±0.0004	/0 0.000/30 <u>±</u> 0.	0.001	137 <u>±</u> 0.000443	0.000403±0.000269
			Cont	rapeso tzquierdo		
	Círculo FL 7º	Circulo FL :	77º Circula	Fl. 47º	Círculo Fl. 67º	Círculo Fl. 872
	0.000850+0.000456	0.000533+0.0004	31 0.000569±0.	0.000	871+0.000652	0.000445+0.000187
Residual Medio de todos los circulos horizontales	0.000688 <u>+</u> 0.000224					
Residual máximo de todos los círculos	0.001137					

Tabla 7.3

7.2. Con las medidas de la antena de 40 metros

		ESTUDIO DE LA	PRECISIÓN DEL MULTIPRISMA	DESDE V10	
Residual			Contrapeso Derecho		
medio de	Arro Az.1002	Arco Az.1202	Arco Az.1602	Arco Az.180º	Arco Az. 200º
cada arco	0.0016±0.0009	0.0013 <u>±</u> 0.0008	0.0012 <u>±</u> 0.0009	0.0013±0.0011	0.0023±0.0016
			Contrapeso Izquierdo	•	
	Arco <u>A</u> ∕. 0º	Arco A7.20º	Arco Az. 40º	Arco Az. 60º	Ar(1) A7.3209
	0.0010±0.0004	0.0011 <u>+</u> 0.0009	0.0009 <u>+</u> 0.0005	0.0009 <u>±</u> 0.0005	0.0013 <u>+</u> 0.0005
Res. medio					
de todos los	0.0013_0.0004				
arcos					
Res.					
máximo de	0.0045				
todas las	0.0042				
arcos					
Residual			Contrapeso Derecho		
medio de	Círculo El. 7º	Círculo El. 27º	Círculo El. 47º	Círculo El. 67º	Círculo El. 87º
cada círculo	0.0006 <u>+</u> 0.0001	0.0007±0.0004	0.000.0±0.0001	0.0004±0.0002	0.0006±0.0006
horizontal			Contrapeso Izquierdo		
	Círculo Fl. 7º	Círculo Fl. 27º	Círculo Fl. 47º	Círculo Fl. 67º	Círculo Fl. 87º
	0.0006 <u>+</u> 0.0002	0.0005±0.0008	0.0006±0.0003	0.0007 <u>+</u> 0.0003	0.0008 <u>+</u> 0.0006
Res. Medio					
de todos los	0.00061+0.00011				
cfrculos	5.2555175.25521				
horizontales					
Res.					
máximo de	8000.0				
todoslos					
círculos					

Tabla 7.4

			EST	ט סוטט	E LA PRECI	SIÓN DEL MI	JLIIPRISM	A DESDE VIX	2				
Residual						Contrap	eso Derech	10					
medio de	Arco Az.220º	1 .	Arco Az.240º		Αιω Α	∠.260º	Arco	Az.280º	1	Arco A₄. 300º	Arco az.320º		
cada arco	0.0015±0.0010	0.0010	0 <u>+</u> 0.0007	0	0.0012±0.0007				0.0000	0.0009±0.0008 0.0014±0.0			
			Contrapeso Izqu				so Izquien	erdo					
	Arco Az. 60º	Are	Arco Az.80º		Az. 100º	Arco Az. 120		. 120º Arco Az		Arco Az.160º	Arco Az. 180º		
	0.0011±0.0003	0.0011±	0.0005	0.0011	±0 0006	0.0009±0.0	007	0.0010 <u>±</u> 0.0	0006	0.001.0 <u>+</u> 0.0006	0.0010 <u>±</u> 0.0006		
Res. medio de todos los arcos	0 001 1±0 0002												
Res. máximo de todos los arcos	0.003												
Residual						Contrap	eso Derech	10					
medio de	Círculo El. 7º		Círculo	El. 27º		Círculo El. 47º Círc			Circulo	El. 67º	Círculo El. 87º		
cada circulo	0.0007±0.0003		0.0007 <u>+</u>	0.0003		0.0005±0.0002 0.0005±0.0			±0.0002	0.0005 <u>+</u> 0.0003			
horizontal							so Izquien	do					
	Círculo El. 7º		Círculo	El. 27º		Círculo I	l. 47º		Circulo	El. 67º	Círculo El. 87º		
	0 0004 <u>±</u> 0 0002		0 00050 <u>4</u>	0.00018		0.0004 <u>+</u>	00002		0.0005	<u>+</u> 0.0002	0.00035 <u>±</u> 0.00009		
Res. Medio de todos los círculos horizontales	0.00049±0.00011												
Res. máximo de todos los círculos	0.0007												

Tabla 7.5

			ESTUDIO DE LA PRE	CISIÓN DEL MULTIPR	ISMA DESDE V13			
Residual				Contrapeso De	recho			
medio de	Arco Az.0º	Arco Az.20º	Arco Az.40º	Arco Az.60º	Arco Az. 80º	Arco az.100º	Arco 340º	
cada arco	0.0011±0.0007	0.0015±0.0006	0.0013±0.0005	0.0011±0.0007	0.001073±0.000853	0.0012±0.0007	0.0011±0.0006	
				Contrapeso Izqu	uierdo			
	Arco Az. 180º	Arco Az.200º	Arco Az. 220º	Arco Az. 240º	Arco Az.260º	Arco Az.280º	Arco Az. 300º	
	0.0012 <u>l</u> 0.0007	0.0012 <u>l</u> 0.0007	0.0013 0.0010	0.0010 0.0008	0.0009 <u>1</u> 0.0005	0.0012 0.0007	0.0013 <u>l</u> 0.0006	
Res. medio	0.00118±0.00016							
de todos los								
arcos								
Res.	0.003							
máximo de								
todostos								
arcos								
Residual				Contrapeso De				
medlo de	Círculo El.		ulo El. 27º	Círculo El. 47º		ulo El. 67º	Círculo El. 87º	
cada círculo	0.0006±0.0002	0.00052 <u>±</u> 0.	00017	0.0007 <u>±</u> 0.0003	0.0010±0.0005	0.00050±0.00017		
hortzontal				Contrapeso Izqi				
	Círculo El.		ulo El. 27º	Círculo El. 47º		ulo El. 67º	Círculo El. 87º	
	0.0006±0.0002	0.0008 <u>±</u> 0.0	004	0.0003 <u>+</u> 0.0002	0.0004±0.0002		0.00057±0.00014	
Res. Medio	0.000G0 <u>1</u> 0.00019							
dc todos los								
círculos								
horizontales								
Res.	0.00098							
máximo de								
todos los								
círculos								

Tabla 7.6

8. AJUSTE DE LA RED CON GEOLAB

Una vez tomadas todas las medidas y calculados los puntos invariantes de las antenas VLBI y una de las antenas GNSS (YEBE), el siguiente paso es ajustar la red de todos los pilares con todos los datos medidos, incluyendo las micro redes medidas para calcular los puntos invariantes de la antena de 13 y 40 metros y las antenas GNSS. El ajuste se ha realizado usando la versión 5.3.2 de GeoLabPX5.

Los resultados obtenidos han sido los siguientes:

Description		Description	Number
No. of Stations		Directions	683
Coord Parameters	60	Distances	663
Free Tatiitudes	23	Azimuths	0
ree Longitudes	23	Vertical Angles	0
rce Heights	22	Zenithal Angles	663
ixed Coordinates	1	Angles	0
Astro. Tatitudes	n	Heights	0
astro. Longitudes	0	Height Differences	0
Secid Records	υ	Auxiliary Params.	0
All Aux. Pars.	37	2-D Coords.	0
Direction Pars.	37	2-D Courd. Diffs.	0
Scale Parameters	0	3-D Coords.	60
Constant Pars.	υ	3-D Coord, Diffs.	0
Rotation Pars.	0	1 1	
Translation Pars.	0	1 1	
		1 1	
		1 1	
Total Parameters	105	Total Observations	2069
	Degrees of Free		
	Degrees of Free		
OPTION			
	SUMMARY OF SELE	ROTED OPTIONS	
OPTION	SIDMARY OF SELE	SELECTION	
OPTION Computation Mede	SUMMARY OF SELE	COTED OPTIONS SELECTION Adjustment	
OPTION Computation Medwaximum Iteratic Convergence Crit Ringulor Micolog	SIMMARY OF SFLE	RCTED OPTIONS SELECTION Adjustment. 50	
OPTION Computation M-dw Awximum Iteratic Convergence Crit Anguler Micologu Linear Misologu	SUMMERY OF SELE	SELECTION	
OPTION Computation Mode Maximum Iteratic Convergence Crit Angular Micologu Linear Misologu Residual Rejecular	SIDMMERY OF SELF ons Serion are Limit Factor to Criterian	SCIED OPTIONS SELECTION Adjustment. 50 0.00010 5.00 5.00 Tau Max	
OPTION Computation M-de Maximum Iteration Convergence Ctri Anguler Micologu Linear Misologu Residual Rejeculo Contidence Reguo	SUMMARY OF SFLE	SELECTION	tive
OPTION Computation Mode Maximum Iteration Convergence Crit Angular Micologu Residual Rejection Contidence Regional Contidence Regional Confidence Confidence Regional	SUMMARY OF SELF ons Serion ire Limit Factor con Criterion on Types ince Regions	SCIED OPTIONS SELECTION Adjustment. 50	tive
OPTION Computation Mede Maximum Iteratic Convergence Ciri Anguler Micolcou Linear Micolcou Linear Micolcou Linear Micolcou Londa Rejentide Confidence Regid Relative Confide Variance Factor	SIDMMERY OF SELE	ECTED OPTIONS SELECTION	tive
OPTION Computation M-d Maximum Iteratic Convergence Crit Angular Micologu Residual Rejecui Contindence Regid Relative Confide Variance Factur Scale Covarianus	SUMMARY OF SELS Ons Serion The Limit Factor The Limit Factor The Control on Criterian On Types The Region (VT) Rhown - Malrix With VF	RCTED OPTIONS SELECTION Adjustment. SC	tive
OPTION Computation Mode Maximum Iteratic Convergence Crit Angular Micolcon Linear Misclosus Linear Misclosus Contidence Regit Confidence Regit Confidence Factor Scale Residual Variance Factor Scale Residual Variance Scale Residual Variance Considerations	SIDMMERY OF SELF ons Serion ire Limit Factor to Criterian on Criterian on Types mace Regiono (VF) Known Melrix With VF Fariance With VF	SELECTION Adjustment. 50 0.00010 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.00 1 5.	tive
OPTION Computation Mede Maximum Iteratic Convergence Crit Anguler Micologu Linear Misologu Residual Rejecution Confidence Region Relative Confidence Variance Featur Scale Residual Newscool Convergence Converge	SIMMMERY OF SELF- ons derion re Limit Factor re Limit Factor on Criterion on Types once Regions (VF) Howan - Mairince With VF Facinates With VF Facinates With VF Facinates In Ama Items	SCIED OPTIONS SELECTION	tive
OPTION Computation Medical Medical Medical Medical Micologue Residual Rejecution Medical Medi	SUMMARRY OF SELF Dens Derion The Limit Factor To Criterion Types Inco Region (VT) Known (VT) Known Which With VF Fariances With VF To m Max iters Leute To Heights Leute To Heights	SCIED OPTIONS SELECTION Adjustment. 50	tive
OPTION Computation Mede Maximum Iteratic Convergence Crit Angular Misologu Linear Misologu Residual Rejecut Contidence Regid Contidence Regid Variance Factar Scale Residual V Force Convergence Distances Control Computer Full Inc	SIDMMDRY OF SFLE	SCIED OPTIONS SELECTION Adjustment. 50	tive
OPTION Computation M-d- Maximum Iteratic Convergence Crit Anguler Micolcou Residual Rejecui Contindence Regid Relative Confide Variance Factor Scale Residual X Force Convergence Distances Contri Computer Full Tom Optimize Band M:	SUMMARY OF SELF ons derion rec Limit Factor to Limit Factor to Limit Factor to Criberium on Types noc Regions (VE) Room - Metrix With VF Fariances With VF se in Max Iters bute To Heights deta	ECTED OPTIONS SELECTION	tive
COPTION Computation Midd Maximum Iteratic Convergence Crit Andular Micolosus Linear Misclosus Residual Rejecut Confidence Regit Confidence Factor Scale Residual X Force Convergence Control Compute Full Inc. Cptimize Band Michael Charling Band Michael Compute Full Inc. Cptimize Band Michael Charles Control Compute Full Toptimize Band Michael Charles	SIDMMERY OF SELF ons serion ire Limit Factor ce Limit Factor con Criterion on Types mec Region (VF) Known Melrix With VF Seriannes With V	ECTED OPTIONS SELECTION	tive
COMPTION Computation Mode Maximum Treractic Convergence Cruit Annuler Misclosus Remidual Rejecution Contidence Register Continues Factor Scale Covariance Factor Scale Covariance Control Computer Full Incomputer Full Incomputer Full Incomputer Institution Senerate Institution	SIDMMERY OF SELF ins ins ins inc Limit Factor re Limit Factor re Limit Factor on Criterion on Types ince Regions (VT) Room - Matrix With VF se in Max iters bute To Heights rese idth i Coordinates After 1st Page	ECTED OPTIONS SELECTION	tive

El resumen estadístico:

Residual Critical Value Ty	gne i	Ton Max
Residual Critical Value	i	4.3671
Number of Flagged Residual	8	3
Convergence Criterion	1	0.0001
Final Iteration Counter Va	ilue	5
Confidence Level Used	1	95.0000
Estimated Variance Factor		0.8413
Number of Degrees of Free	nm	1964
E: All confidence request		sted using the following factors:
1 D expandion factor		4.17/
1 D expansion factor 2-D expansion factor		e regions, pregistens are
1 D expansion factor 2-D expansion factor Note that, for relative	confident	or regions, precisions are

Coordenadas ajustadas Norte, Este y altura:

CODE FF	F STATION	NORTHING STD DEV	STD DEV	O-HEIGHT STD DEV			
NEO	1	4487635.5231 0.0004	492479.4756	967.7174	UTM 30	m 0	
NEO	10	4487783.3741 0.0006	0.0004 492607.5322 0.0004	968.5537	UTM 30	m 0	
NEO	11	4487757.4783 0.0006	492605.2799		UTM 30	m 0	
NEO	12	4487821.5791 0.0007	492648.5084 0.0005	967.9538	UTM 30	m 0	
NEO	13	4487766.9852 0.0008	492660.3222 0.0004	967.9309		m 0	
NEO 00	1 15	4487817.2794 0.0005	492489.8846 0.0006	969.3791		m 0	
NEO	16	4487658.7827 0.0004	492497.9633 0.0004			m 0	
NEO	17	4487697.2083 0.0005	492572.5633 0.0003			m 0	
NEO	18	4487733.0722 0.0005	492387.1539 0.0003			m 0	
NEO	19	4487672.0639 0.0005	492396.8813 0.0004			m 0	
NEO	2	4487666.4832 0.0004	492527.6756 0.0004	0.0006			
NEO	20	4487665.3973 0.0007	492326.8211 0.0004	0.0006			
NEO	21	4487726.9129 0.0006		0.0006			
NEO	22	4487771.7278 0.0006	492347.6193 0.0004	0.0006			
NEO	23	4487698.7820 0.0004	492436.5246 0.0003	0.0006			
NEO	3	4487682.3635 0.0004	492478.2423	0.0006			
NEO	4	4487706.1923 0.0004	492516.4230	0.0006			
NEO	5	4487730.0947 0.0004	492476.1112	0.0006			
NEO	6	4487772.0994 0.0004	492423.4710	0.0006			
NEO	7	4487758.3374 0.0004	492545.1463	0.0006			
NEO	8	4487810.3012 0.0005	492552.3371	0.0006			
NEO	9	4487844.2079 0.0004	492549.0472 0.0005	0.0006			
NEO	YEB1	4487693.0770 0.0006	492356.8665 0.0004	0.0006	UIM 30	m O	

Coordenadas de Longitud, Latitud, altura:

		STATION				LATITUDE STD DEV				STD DEV	ELIP-HEIGHT STD DEV		
PLH		1					W			19.499321	967.7174	m	0
PLH		10	N	40	31		W	3	5	14.065228	968.5537	m	0
PLH		11	N	40	31		W	3	5	14.159829	969.5915		0
PLH		12	N	40	31		W	3	5	12.325975	967.9538	m	0
PLH		13	N	40	31		W	3	5	11.821788	967.9309	m	0
PLH	001	15	N	40	31		W	3	5	19.064866	969.3791	m	0
PLH		16	N	40	31		W	3	5	18.714888 0.0004	977.6469		0
PLH		17	N	40	31		W	3	5	15.547223	970.1479		0
PLH		18	N	40	31		W	3	5	23.425700	970.8888	m	0
PLH		19	N	40	31		W	3	5	23.009801	970.6162	m	0
PLH		2	N	40	31		W	3	5	17.452926	968.6584	m	0
PLH		20	N	40	31		W	3	5	25.985935	969.6754	m	0
PLH		21	N	40	31		W	3	5	25.502331	970.5053	m	0
PLH		22	N	40	31		W	3	5	25.106974	970.3210	m	0
PLH		23	N	40	31		W	3	5	21.326754	970.4586	m	0
PLH		3	N	40	31		W	3	5	19.553717	969.2368	m	0
PLH		4	N	40	31		W	3	5	17.932668	969.7972	m	0
PLH		5	N	40	31		W	3	5	19.646295	970.4555	m	0
PLH		6	N	40	31		W	3	5	21.884479	970.1789	m	0
PLH		7	N	40	31		W		5	16.714598	970.0898	m	0
PLH		8	N	40	31		W		5	16.411301	968.0385	m	0
PLH		9	N	40	31		W	3	5	16.552510	966.6877	m	0
PLH		YEB1	N	40	31		W	3	5	24.710694	975.4967 0.0006		0

Coordenadas globales: X, Y y Z:

CODE FFE	F STATION	STD DEV	Y-COORDINATE STD DEV	STD DEV	
XYZ	1		-261648.8392 0.0004	4122952.4484 m	0
XYZ	10	4848749.9732 0.0006	-261515.9505 0.0004	0.0004 4123065.4926 m 0.0006	0
XYZ	11	4848767.4469 0.0006	-261519.1232 0.0003	4123046.4781 m 0.0006	0
XYZ		4848726.9041 0.0007	-261473.7022 0.0005	4123094.1785 m 0.0006	0
XYZ		4848762.9460 0.0007	-261463.7592 0.0004	4123052.6680 m 0.0007	0
XYZ 001		4848722.3333 0.0003 4848831.8998	-261632.3296 0.0006 -261629.9905	4123091.7159 m 0.0004 4122976.5976 m	0
XYZ		0.0006 4848805.2416	0.0004	0.0005 4123000.9949 m	0
XYZ	18	0.0006 4848772.6585	0.0004 -261737.8560	0.0005 4123028.5999 m	0
XYZ	19	0.0006 4848812.5623			0
XYZ	2	0.0006 4848821.6614 0.0006	0.0004 -261599.6858 0.0004	0.0005 4122976.6342 m 0.0005	0
XYZ	20	4848812.4438 0.0007			0
XYZ	21	4848773.7613 0.0006			0
XYZ		4848745.0355 0.0006	0.0004	0.0006	0
XYZ		4848797.2142 0.0006	0.0003	0.0004	0
XYZ	3	4848809.1630 0.0005 4848796.1568	0.0003	0.0004	0
XYZ	5	0.0005 4848778.9983	0.0003	0.0004	0
XYZ	6	0.0005 4848748.7255	0.0003 -261700.2285	0.0004 4123057.8370 m	0
XYZ	7		0.0004 -261579.1718		0
XYZ	8	0.0006 4848729.1690 0.0006	0.0003 -261570.1387 0.0004	0.0005 4123085.5872 m 0.0005	0
XYZ	9		-261572.2159 0.0005		0
XYZ	YEB1		-261769.6541 0.0004	4123001.1641 m 0.0006	0

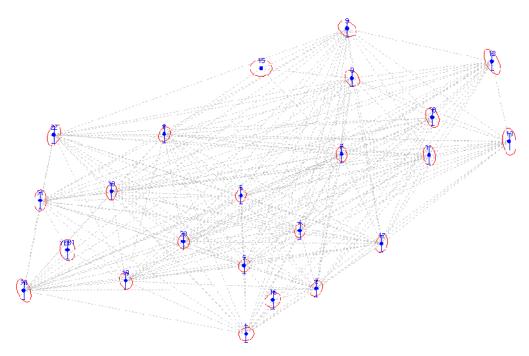


Figura 8.1

9. TRANSFORMACIÓN DE LOS PUNTOS INVARIANTES AL SISTEMA DE LA RED LOCAL

Tanto el punto invariante del radiotelescopio de 13 metros, como el de 40 metros están dados en sus respectivos sistemas locales. Para transformar ambos puntos en el sistema de la red es necesario hacer transformaciones Helmert 3D de 7 parámetros, compuestas por tres traslaciones, tres giros y un factor de escala. De esta manera a partir de varios puntos dados en los dos sistemas (al menos tres), se puede transformar otro punto cualquiera de un sistema en el otro sistema. Para saber más acerca de la transformación Helmert 3D se hace referencia al informe técnico CDT 2017-5 "Desarrollo matemático para la realización de la transformación Helmert 3D", Córdoba, B., López-Ramasco, J.

Además dicha transformación nos ha permitido comparar, en el caso de los radio telescopios, los puntos invariantes calculados desde los distintos pilares. En estos casos los pilares los tenemos tanto en el sistema de la red como en el sistema local en el cual se hacen las medidas del punto invariante, ya que desde el estacionamiento se midió al menos a otros dos pilares.

Antena de 13 metros

Los puntos invariantes en el caso de la antena de 13 metros en el sistema de la red obtenidos de la transformación Helmert, se muestran en la Tabla 9.1:

	Punto invariante de la antena de 13 metros				
	X (m)	Y (m)	Z (m)		
Dentro de la cabina	4848831.4580± 0.0003	-261629.951531± 0.000017	4122976.2154± 0.0003		
Desde V1	4848831.4573± 0.0005	-261629.9503± 0.0006	4122976.2150± 0.0005		
Desde V2	4848831.4583± 0.0008	-261629.9509± 0.0006	4122976.2160± 0.0008		
Desde V3	4848831.4575± 0.0016	-261629.9518± 0.0007	4122976.2158± 0.0015		

Tabla 9.1

Para calcular el punto invariante desde el exterior se realizó la media de los puntos obtenidos desde los tres vértices externos V1, V2 y V3 (Tabla 9.2).

	Punto invariante de la antena de 13 metros				
	X (m)	Y (m)	Z (m)		
Dentro de la cabina	4848831.4580± 0.0003	-261629.951531± 0.000017	4122976.2154± 0.0003		
MediaV1V2V3	4848831.4577±0.0005	-261629.9510±0.0008	4122976.2156±0.0005		
Diferencia interior- exterior de la cabina	0.0003	0.0005	0.0002		

Tabla 9.2

Estos datos reflejan una gran bondad en el ajuste utilizando las medidas hechas desde los tres pilares exteriores con el multi-prisma.

El punto invariante de la antena de 13 metros en el sistema Norte/Este/arriba se muestra en la Tabla 9.3.

Punto invariante de la antena de 13 metros				
Norte (m)	Este (m)	Arriba (m)		
4487658.7802 ± 0.0005	492497.9784 ± 0.0004	977.0611 ± 0.0006		

Tabla 9.3

Antena de 40 metros

Los puntos invariantes en el caso de la antena de 40 metros obtenidos en el sistema de la red a partir de la transformación Helmert, así como la media de los puntos desde los pilares V10, V12 y V13 se muestran en la Tabla 9.4.

Desv	0.001405798	0.0012336	582	0.001782417
Media	4848762.1759	0.0015 -261484.6076	0.0011 412308	34.7796 0.0014
	4848762.1760	0.0014 -261484.6080	0.0005 412308	34.7816 0.0014
	4848762.1773	0.0014 -261484.6087	0.0009 412308	34.7781 0.0012
	4848762.1745	0.0017 -261484.6063	0.0018 412308	34.7793 0.0016

Tabla 9.4

El punto invariante de la antena de 40 metros en el sistema local Norte/Este/arriba se muestra en la Tabla 9.3.

Punto invariante de la antena de 40 metros				
Norte (m)	Este (m)	Arriba (m)		
4487791.1813±0.0017	492639.4895±0.0013	989.065040±0.0016		

Tabla 9.5

10. INTEGRACIÓN EN LA RED DE LOS PUNTOS INVARIANTES

Una vez calculados los puntos invariantes de las distintas técnicas y la red ajustada, es necesario conectar dichos puntos con el resto de la red local. Esta labor se ha realizado con el software Geolab radiando las diferencias de distancias entre pilar y punto invariante (DX, DY, DZ), desde los pilares desde los cuales se han medido dichos puntos invariantes y cuyas coordenadas conocemos en el sistema de la red. Los puntos invariantes integrados en la red, así como su matriz de varianza covarianza se muestran en la Tabla 10.1.

```
* Variance factor used in computing covariance matrix = 0.837646
* Number of degrees of freedom of adjustment = 1973
* Number of stations in adjusted network = 26
* Number of stations extracted = 4
3DC
         YEB1
                           4848800.4990
                                              -261769.6541
                                                                 4123001.1642 m
XYZ
XYZ
         VLBI13m
                           4848831.4575
                                              -261629.9515
                                                                 4122976.2150 m
XYZ
         VLBI40m
                           4848761.1057
                                              -261484.5498
                                                                 4123083.8637 m
XYZ
         YEBE
                            4848724.9846
                                              -261632.4726
                                                                 4123093.9855 m
COV CT UPPR
ELEM
          3.993472472118e-07
                              -9.51725854742522e-09
                                                       4.17264625705834e-08
ELEM
        2.66883541426056e-07
                              -2.89464611492639e-08
                                                       1.06787188204765e-07
ELEM
         2.3277639996709e-07
                              -4.57774774891867e-08
                                                       1.42023931984808e-07
ELEM
        2.57008215498935e-07
                              -5.48314327832216e-08
                                                       1.15282902138849e-07
ELEM
        1.71171629336704e-07
                              -2.15783966820946e-08
                                                       8.72987266634911e-09
ELEM
        8.98888049849044e-08
                              -4.20107210488759e-08
                                                      -3.88190596027844e-08
ELEM
        6.29771904491354e-08
                               1.11781780791301e-08
                                                      -2.97486848715937e-08
ELEM
        6.17614916699055e-08
                               6.24485433586736e-11
ELEM
        3.05023340688735e-07
                               1.11830136657439e-07
                                                       8.03138619043812e-10
ELEM
        1.54678097113638e-07
                               1.36758704935209e-07
                                                       1.79926609104206e-08
ELEM
        1.16526791830541e-07
                               1.12079875364704e-07
                                                       2.61055288158846e-08
ELEM
         1.4845477299593e-07
        3.52580772406962e-07
                              -3.44093214486275e-08
                                                      9.37015910119964e-08
ELEM
ELEM
        2.73567384817434e-07
                              -2.20481130429859e-08
                                                       9.29123934732825e-08
                              -2.20654370267516e-08
ELEM
        2.71554924586164e-07
                                                       9.60328454319934e-08
        1.80216655675128e-07
                                9.87379047717895e-09
ELEM
                                                      -5.74324448747825e-08
        5.16303791975457e-08
                               3.37795566397987e-08
ELEM
                                                      -3.69491101988211e-08
ELEM
        4.55245609380815e-08
                               9.07116343806813e-09
ELEM
        2.46840509643007e-07
                                8.83304401845598e-08
                                                      -1.02782854716805e-08
ELEM
        1.75801667254802e-07
                               9.35444410112769e-08
                                                      -1.29272570209421e-08
ELEM
         1.7066634502035e-07
ELEM
         1.9850633319474e-06
                              -8.95861749466694e-10
                                                        4.6463751965707e-08
        2.92850070114877e-07
ELEM
                               -1.5873604458893e-08
                                                       8.45937013703053e-08
ELEM
        1.53879575737722e-06
                              -3.29336698041528e-08
                                                        8.1252814220882e-09
                               -4.58503924289817e-08
ELEM
         1.0562840949819e-07
ELEM
        3.28146010799945e-06
                                 8.4998284875881e-08
                                                      -1.56405258440173e-08
ELEM
        1.94556532613507e-07
ELEM
        3.19191451479026e-07
                               -1.49453616811136e-08
                                                       9.31787343418988e-08
ELEM
        1.88568538245467e-07
                               -1.86352689532608e-08
         2.3771642669645e-07
```

```
* Number of degrees of freedom of adjustment = 2044
* Number of stations in adjusted network = 27
* Number of stations extracted = 4
3DC
XYZ
         VLBI40m
                          4848762.175895
                                            -261484.607603
                                                               4123084.779600 m
                                                                                      0
XYZ
         VLBI13m
                          4848831.457742
                                             -261629.951571
                                                               4122976.215159 m
                                                                                      0
XYZ
         YEBE
                          4848724.984533
                                            -261632.472188
                                                               4123093.985476 m
         YEB1
                                            -261769.654085
XYZ
                         4848800.499013
                                                               4123001.164204 m
COV CT UPPR
ELEM
        2.04995928339998e-06
                              7.16283500023397e-09
                                                        3.1452196037248e-08
ELEM
        2.81335704572559e-07 -6.91525408039266e-08
                                                     8.75753167791391e-08
ELEM
        3.05526699759183e-07
                               1.69516980533409e-08
                                                       8.17964690560368e-08
                             -4.43249273950196e-08
                                                       1.54269074606231e-07
ELEM
        2.24703679820563e-07
       1.36727295139055e-06
                              -4.22290921817372e-08
                                                      -2.19529302138495e-08
ELEM
ELEM
        4.74386940699216e-08
                              -1.20160430429116e-08
                                                      -1.34324125046242e-08
ELEM
        1.12748587668803e-07
                               -1.87858075530456e-08
                                                      -5.40408539776911e-08
ELEM
        6.22848744968344e-08
                                2.5944409203196e-08
ELEM
        3.06137011901663e-06
                                9.3768488574705e-08
                                                       4.54412340251479e-08
ELEM
        1.82919763040765e-07
                                8.09658039222677e-08
                                                      -5.57605744271311e-08
        2.04800468550067e-07
                              1.59617100649855e-07
                                                       1.62826807095491e-08
ELEM
ELEM
        1.04283238378311e-07
ELEM
        3.78593428284535e-07
                              -3.61090986308904e-08
                                                       9.57092626539788e-08
ELEM
        2.78464367188601e-07
                              -4.14028673559747e-08
                                                       9.47962129978466e-08
        2.72281713474728e-07
                              1.78777800157107e-08
ELEM
                                                      1.17035042106254e-07
ELEM
                                                      -2.18861582964578e-08
        2.02816254020516e-07
                               1.19926186566851e-08
ELEM
        4.10368754150812e-08
                              -1.48256949858608e-08
                                                      -3.01058728796443e-08
ELEM
       9.51458726324386e-08
                              1.72376914062188e-09
ELEM
        2.6869471449628e-07
                               9.78992062976158e-08
                                                       1.27358119889668e-08
ELEM
        1.75699736776599e-07
                               1.10524801757909e-07
                                                      -5.24431562104514e-08
        1.55897878476783e-07
ELEM
ELEM
        4.06079916628841e-07
                              -1.21485763775982e-08
                                                        9.36084279825302e-08
ELEM
        2.58421692040105e-07
                              -3.20421607374693e-08
                                                       1.19683110070407e-07
ELEM
        2.31255716722584e-07
                              -2.20597058197717e-08
                                                      -6.38979587785491e-08
                              3.48713593179878e-08
ELEM
        6.1043292203574e-08
                               1.22603324421109e-07
ELEM
        2.7956390285999e-07
                                                       1.60471673280528e-09
ELEM
        1.47220120120083e-07
ELEM
        4.18854466536725e-07
                              -6.06358036832281e-09
                                                        3.025026384487e-08
ELEM
        1.73967777537483e-07
                               -2.6003745015791e-08
ELEM
        3.23591473262172e-07
* End of extracted coordinates
```

Tabla 10.1

11. TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS DEL SISTEMA DE LA RED LOCAL AL SISTEMA GLOBAL IGBO8

En último lugar es necesario transformar los puntos invariantes del sistema de la red a un sistema global internacional. En nuestro caso los transformaremos al sistema internacional IGb08. Con este propósito se han tomado los datos de tres estaciones GNSS midiendo de forma permanente situadas en el recinto del Observatorio con el fin de poder realizar una transformación Helmert de 7 parámetros. Las estaciones usadas han sido YEBE, YEB1 y una antena GNSS situado en el Pilar 17 del que se tiene una serie lo suficientemente larga de datos para poder llevar a cabo esta tarea. A través de estos datos se han calculado con BERNESE coordenadas en el sistema IGb08 de estos tres puntos utilizando líneas base con estaciones de todo el mundo para alcanzar suficiente precisión. Teniendo en cuenta que también conocemos las coordenadas de estos tres puntos en el sistema de la red podemos obtener los parámetros de la transformación Helmert entre ambos sistemas, para lo cual se ha fijado el factor de escala a 1, ya que en la transformación no debería haber distorsiones en las distancias.

Las coordenadas procesadas con Bernesse para YEBE, YEB1 y el Pilar 17 en el sistema IGb08 se muestran en la Tabla 11.1, mientras que las coordenadas en el sistema local se muestran en la Tabla 11.2.

Estación	X (IGb08)	Y(IGb08)	Z(IGb08)
Pilar 17	4848804.8459±0.0009	-261553.3745±0.0006	4123001.3083±0.0012
GNSS YEB1	4848800.0727±0.0011	-261769.1554±0.0004	4123001.4531±0.0017
GNSS YEBE	4848724.5962±0.0007	-261631.9794±0.0003	4123094.3037±0.0008

Tabla 11.1

Estación	X (Local)	Y (Local)	Z (Local)
Pilar 17	4848805.241667±0.0006	-261553.870961±0.0003	4123000.994858±0.0005
GNSS YEB1	4848800.453498±0.0006	-261769.651635±0.0004	4123001.125186±0.0006
GNSS YEBE	4848724.984574±0.0006	-261632.472593±0.0004	4123093.985536±0.0005

Tabla 11.2

Los puntos invariantes que queremos transformar vienen dados en la Tabla 11.3.

Estación	X (Local)	Y (Local)	Z (Local)
YEB1	4848800.4991±0.0007	-261769.6541±0.0004	4123001.1641±0.0006
VLBI13m	4848831.4580± 0.0003	-261629.951531± 0.000017	4122976.2154± 0.0003
VLBI40m	4848762.17589± 0.0014	-261484.607603 ± 0.0012	4123084.7796±0.0018
YEBE	4848724.9845± 0.0004	-261632.4726 ± 0.0006	4123093.9855±0.0005

Tabla 11.3

Los parámetros de la transformación en el sistema IGb08 se encuentran en la Tabla 11.4

S: Giro1(°): Giro2(°): Giro3(°):	1.000000 359.997420 0.000714 0.004569	sigma sigma(°) sigma(°) sigma(°)	0.000000 0.000767 0.001120 0.000745	sigma(") sigma(") sigma(")	2.760278 4.030657 2.683528
Tx (m):	-0.388313	sigma(m)	0.001169		
Ty(m):	0.495296	sigma(m)	0.000661		
Tz(m):	0.319840	sigma(m)	0.001366		

Tabla 11.4

12. RESUMEN DE LOS PUNTOS INVARIANTES CALCULADOS. FORMATO SINEX.

En la Tabla 12.1 y 12.2 se muestran los resultados de los puntos invariantes de las cuatro técnicas espaciales y su matriz de varianza covarianza en el sistema IGb08.

Pilar	х	SX	Y	SY	Z	SZ
YEB1	4848800.120060	0.000632	-261769.158390	0.000414	4123001.488133	0.000552
/LBI13m	4848831.067509	0.000594	-261629.454477	0.000425	4122976.532356	0.000497
/LBI40m	4848761.775169	0.001409	-261484.111184	0.001240	4123085.091274	0.001811
YEBE	4848724.595679	0.000565	-261631.978731	0.000434	4123094.304297	0.000488

Tabla 12.1

```
La Matriz de Varianzas Covariansas
0.0000002570 -0.0000000297
-0.0000000548 0.0000000618
-0.0000001153 0.000000001
```

Tabla 12.2

Con el fin de enviar los datos resumidos al IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service) y contribuir al ITRF (International Terrestrial Reference Frame) se ha generado un fichero con formato SINEX en la que se resume toda la información de las cuatro técnicas espaciales, así como su matriz de varianzas covarianzas (Tabla 12.3).

```
%=SNX 2.02 IGN 18:338:38900 IGN 16:063:00000 16:313:00000 C 00012 2 X
+FILE/COMMENT
* File created by software tosinex (J.López-Ramasco)*
* Matrix scalling Factor used 1.0000000
-FILE/COMMENT
+SITE/ID
*CODE PT
         _DOMES__ T _STATION DESCRIPTION__ APPROX_LON_ APPROX_LAT_ _APP_H_
YEB1 A 13420M002 13420M002
7389 A 13420S003 13420S003
7386 A 13420S002 13420S002
                                          -3 5 24.7 40 31 25.6 975.4
                                           -3 5 18.7 40 31 24.5
                                                                    977.1
                                           -3 5 12.7 40 31 28.8 987.7
YEBE A 13420M001 13420M001
                                          -3 5 19.1 40 31 29.6 972.8
-SITE/ID
*Code PT SOLN T Data_start__ Data_end___ Mean_epoch_
-SOLUTION/EPOCHS
+SOLUTION/ESTIMATE
*INDEX TYPE__ CODE PT SOLN _REF_EPOCH__ UNIT S _
                                               _ESTIMATED VALUE_
                                                                    STD DEV
             YEB1 A 1 16:313:00000 m 2 0.484880012006000E+07 0.60000E-03
    1 STAX
                                          2 -.261769158390000E+06 0.40000E-03
    2 STAY YEB1 A
                        1 16:313:00000 m
    3 STAZ
             YEB1 A
                       1 16:313:00000 m
                                          2 0.412300148813000E+07 0.50000E-03
                     1 16:313:00000 m 2 0.484883106750900E+07 0.60000E-03
    4 STAX 7389 A
    5 STAY
             7389 A
                       1 16:313:00000 m
                                           2 -.261629454480000E+06 0.40000E-03
                      1 16:313:00000 m
    6 STAZ 7389 A
                                          2 0.412297653236000E+07 0.50000E-03
                      1 16:313:00000 m
    7 STAX 7386 A
                                          2 0.484876177517000E+07 0.14000E-02
                       1 16:313:00000 m
    8 STAY
             7386 A
                                           2 -.261484111180000E+06 0.12000E-02
    9 STAZ 7386 A 1 16:313:00000 m
                                          2 0.412308509127400E+07 0.18000E-02
   10 STAX
             YEBE A
                       1 16:313:00000 m
                                           2 0.484872459568000E+07 0.60000E-03
   11 STAY YEBE A 1 16:313:00000 m
                                          2 -.261631978730000E+06 0.40000E-03
   12 STAZ YEBE A 1 16:313:00000 m 2 0.412309430430000E+07 0.50000E-03
-SOLUTION/ESTIMATE
+SOLUTION/MATRIX_ESTIMATE L COVA
*PARA1 PARA2
               PARA2+0
                                     PARA2+1
                                                           PARA2+2
        1 0.399349803703331E-06
    1
          1 -.949745450350327E-08 0.171168170090582E-06
        1 0.417274350354161E-07 -.215689230528934E-07 0.305024243443326E-06
          1 0.266887877232670E-06 0.874849816854087E-08 0.111828279764368E-06
          4 0.352588594421265E-06
         1 -.289275289064266E-07 0.898853392886134E-07 0.815333859514687E-09
          4 -.343912345618522E-07 0.180212059664241E-06
    5
         1 0.106790441831226E-06 -.419993973828026E-07 0.154677227003315E-06
          4 0.937010342333650E-07 0.988469098495230E-08 0.246837283639591E-06
     6
         1 0.232786619031969E-06 -.387992217881363E-07 0.136757568192243E-06
          4 0.273575979860889E-06 -.574103490237298E-07 0.883326262985326E-07
          7 0.198506463052522E-05
         1 -.457573175913036E-07 0.629717610499311E-07 0.180065474574056E-07
          4 -.220263602003546E-07 0.516251025170187E-07 -.102653756262653E-07
    8
    я
          7 -.858595548644221E-09 0.153879265490230E-05
          1 0.142023651941708E-06 0.111923977407388E-07 0.116522002164866E-06
          4 0.929094731006245E-07 0.337932727295365E-07 0.175798348891874E-06
         7 0.464825752863313E-07 -.328514736743445E-07 0.328146191189655E-05
          1 0.257017792179926E-06 -.297280680062906E-07 0.112077779211696E-06
   10
   10
          4 0.271561991649125E-06 -.369267612678623E-07 0.935458769524691E-07
          7 0.292852800646143E-06 0.814346611391874E-08 0.849979398535071E-07
   10
   10
         10 0.319196156852729E-06
         1 -.548103469417231E-07 0.617559283912244E-07 0.261190530388072E-07
   11
          4 -.220432503257474E-07 0.455196841376532E-07 -.129138875313923E-07
   11
          7 -.158550613047934E-07 0.105625024440226E-06 -.156295458436014E-07
   11
        10 -.149309820927718E-07 0.188564478045174E-06
          1 0.115284012107174E-06 0.759156045327023E-10 0.148450759593621E-06
   12
          4 0.960318570406963E-07 0.908491678571333E-08 0.170664154757817E-06
   12
   12
          7 0.845968459108923E-07 -.458397437212257E-07 0.194557187140205E-06
        10 0.931798768480302E-07 -.186254396564993E-07 0.237715781523039E-06
   12
-SOLUTION/MATRIX_ESTIMATE L COVA
```

Tabla 12.3

13. CÁLCULO DEL LOCAL TIE A PARTIR DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

En último lugar se ha llevado a cabo el cálculo del local tie entre las diferentes técnicas geodésicas en el Observatorio. Para ello se ha calculado la distancia y su desviación estándar entre las distintas técnicas. A continuación exponemos el procedimiento seguido.

Sean (X_A, Y_A, Z_A) y (X_B, Y_B, Z_B) dos estaciones distintas cualesquiera. La distancia entre dos puntos será:

$$d = \sqrt{(X_R - X_A)^2 + (Y_R - Y_A)^2 + (Z_R - Z_A)^2}$$

Si queremos saber la precisión con la que estamos calculando dicha distancia, será necesario usar la propagación de errores. Esta vendrá dada por:

$$\sigma_{d}^{2} = \left(\frac{\partial d}{\partial X_{A}}\right)^{2} \sigma_{XA}^{2} + \left(\frac{\partial d}{\partial Y_{A}}\right)^{2} \sigma_{YA}^{2} + \left(\frac{\partial d}{\partial Z_{A}}\right)^{2} \sigma_{ZA}^{2} + \left(\frac{\partial d}{\partial X_{B}}\right)^{2} \sigma_{XB}^{2} + \left(\frac{\partial d}{\partial Y_{B}}\right)^{2} \sigma_{YB}^{2} + \left(\frac{\partial d}{\partial Z_{B}}\right)^{2} \sigma_{ZB}^{2}$$

donde:

$$\frac{\partial d}{\partial X_A} = \frac{-(X_B - X_A)}{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + + (Z_B - Z_A)^2}}$$

$$\frac{\partial d}{\partial Y_A} = \frac{-(Y_B - Y_A)}{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + + (Z_B - Z_A)^2}}$$

$$\frac{\partial d}{\partial Z_A} = \frac{-(Z_B - Z_A)}{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + + (Z_B - Z_A)^2}}$$

$$\frac{\partial d}{\partial X_B} = \frac{(X_B - X_A)}{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + + (Z_B - Z_A)^2}}$$

$$\frac{\partial d}{\partial Y_B} = \frac{(Y_B - Y_A)}{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + + (Z_B - Z_A)^2}}$$

$$\frac{\partial d}{\partial Z_B} = \frac{(Z_B - Z_A)}{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2 + + (Z_B - Z_A)^2}}$$

14. CONCLUSIONES

En este informe se presentan por primera vez los resultados del local tie entre las distintas técnicas espaciales situadas en el Observatorio de Yebes alcanzando precisiones en torno a 1 mm, de acuerdo con las especificaciones de GGOS. Este cometido ha sido posible gracias a un minucioso trabajo de observación con centrado forzoso, repetibilidad en las medidas y automatización robótica de las medidas con a la ayuda de instrumentación de alta precisión como la estación total Leica TS que nos ha permitido medir ángulos y distancias con precisiones de 0.5" y 0.6mm +1 ppm respectivamente. El disponer de un pilar central en el radiotelescopio de 13 metros también ha favorecido la mejora de la precisión del punto invariante de dicha técnica. Sería aconsejable que todos los radiotelescopios construidos con fines geodésicos disfrutaran de este pilar que permite observar el propio movimiento del radiotelescopio desde el interior de la cabina de una sola vez, y evitar tener que observar dicho movimiento desde al menos tres pilares exteriores.

Sin embargo el hecho de no haber sido posible la sustitución por un prisma en la antena YEBE para medir su punto invariante, como si se hizo para medir YEB1, ha impedido obtener la posición del punto con una precisión similar al de YEB1. La precisión altimétrica que hemos obtenido con la nivelación trigonométrica es bastante alta pero aún así se hace necesario realizar una nivelación geométrica para mejorar las alturas aunque no se espera una gran diferencia.

Durante estos trabajos también se ha convalidado el uso del multi-prisma fabricado en el observatorio con el que medir los puntos invariantes de los radiotelescopios de 13 y 40 metros desde los pilares exteriores, llegando a la conclusión de que permite obtener altas precisiones, del orden del mm, además de ahorrar una gran cantidad de recursos de tiempo y material ya que se pueden observar desde muchas posiciones sin necesidad de recubrir la antena con varios prismas orientados en distintas direcciones.

Las soluciones de los puntos invariantes de los radiotelescopios calculadas con software de elaboración propia han sido comparados con el programa axis 1.07 utilizado por la comunidad científica llegando a la conclusión de que las diferencias entre ambos resultados están por debajo de la precisión con la que están calculados los puntos, por lo que queda convalidado su utilización.

15. REFERENCIAS

Camacho, A.G., Martín, M.D., 1986. "Constreñimientos internos en la compensación de estaciones," 13, 42-46.

Córdoba,B., López-Ramasco,J., 2017, "Actualización del cálculo del punto invariante de un radiotelescopio. Método de ajuste clásico por círculos. Nuevas medidas en el radiotelescopio RAEGE del Observatorio de Yebes". Informe Técnico CDT 2017-2.

Córdoba,B., López-Ramasco,J., 2017, "Estudio planimétrico de la viabilidad y diseño de la red geodésica de pilares en el Centro de Desarrollos Tecnológicos de Yebes". Informe Técnico CDT 2017-3.

Córdoba,B., López-Ramasco,J., 2017, "Desarrollo matemático para la realización de la transformación Helmert 3D". Informe Técnico CDT 2017-4.

Dawson, J., Sardi, P., Johnston, G.M., Vittuari, L., 2007. "Indirect approach to invariant point determination for SLR and VLBI systems: an assessment", J. Geody. 81, 433-441.

Fancher, K., Smith, D., Breidenbach, S., Olsen, J., Paudel, N., 2010. "Recent IERS Site Survey of Multiple Co-located Geodetic Techniques by NGS", FIG Congress 2010, Facing the challenges-Building the Capacity.

Ghilani, C.D., 2010. "Adjustment computation spatial data analysis."

Henneberg, H., 1986. "Redes geodésicas de alta precisión. III Curso de Geodesia Superior," 2. 123-196.

Linkwitz,H.,1986. "Compensación de grandes redes geodésicas. III Curso de Geodesia Superior," 2, 72-121.

Martín, F., 1990."Geodesia y cartografía matemática."

Santamaría-Gómez, A., García-Espada, S., 2011. "Simulating the estimation of the 40m radio-telescope Invariant Reference Point at the Yebes observatory". Informe Técnico IT-OAN 2011-9.

Sevilla, M.J., 1986. "Formulación de modelos matemáticos en la compensación de redes geodésicas", III Curso de Geodesia superior, 2, 2-69.

Sevilla, M.J., 1987. "Colocación Mínimos Cuadrados", IV Curso de Geodesia Superior, 2, 97-141.

Sevilla, M.J., 2003. "Ajuste con Constreñimientos", Seminario de Geodesia Superior.

Sevilla, M.J., 2005. "Ajuste de redes libres. Modelos matemáticos singulares".

Starti, P., Sillard, P., Vittuari, L., 2004 "Surveying co-located space-geodetic instrument for ITRF computation", Journal of Geodesy, 78, 210-222.