

Función de Transferencia del Gravímetro Superconductor SG064

Beatriz Córdoba, Marta Calvo Garcia-Maroto,
Jose Manuel Serna, Jose Antonio López Fernandez

INFORME TÉCNICO IT - CDT 2012 - 19

Contenidos

Contenidos	I
1. Introducción al problema.....	1
1.1. ¿Qué es la función de transferencia y cómo se calcula?.....	1
1.2. ¿Por qué elegir la función escalón?	2
2. Experimento	4
3. Análisis de los datos	8
4. Función de Transferencia del SG064	9
5. Referencias	16

1. Introducción al problema.

Los gravímetros superconductores están dotados de un sistema electrónico y como la mayoría de los sistemas electrónicos, hacen que la señal de entrada en el aparato se perturbe tanto en amplitud (debido a pérdidas, filtrados,...) como en fase (debido a que tanto la electrónica digital como la analógica introducen retrasos), de manera que la señal de salida aparece alterada en amplitud y fase. Nosotros estamos especialmente interesados en conocer los retrasos que sufre la señal registrada por el gravímetro (time lag). Para ello vamos a utilizar lo que se conoce como Función de Transferencia.

1.1. ¿Qué es la función de transferencia y cómo se calcula?

La función de transferencia nos da información acerca del comportamiento interno de un sistema. Es un modelo matemático que relaciona la respuesta de un sistema respecto a una señal de entrada o excitación. Así si $X(f)$ es la señal de entrada y $Y(f)$ es la señal de salida, la función de transferencia $H(f)$ será aquella que relaciona $X(f)$ con $Y(f)$ de la siguiente manera:

$$Y(f) = H(f)X(f)$$

Para calcularla lo que se suele hacer es introducir una señal conocida al sistema, por ejemplo una función step, que va a ser nuestra señal de entrada y a la que vamos a denotar x en el dominio del tiempo y X en el dominio de la frecuencia. A la señal de salida del aparato después de haber introducido la señal x la vamos a llamar y en el dominio del tiempo e Y en el dominio de la frecuencia. La función de transferencia nos va a dar información del comportamiento interno.

En general, la salida de un sistema lineal (estacionario o bien tiempo-invariante o espacio-invariante) es la convolución de la entrada con la respuesta del sistema a un impulso. Así, la operación anterior en el dominio del tiempo equivale a realizar la convolución de dos funciones que en el caso discreto viene dado por la siguiente expresión:

$$y(t) = (h * x)(t) = \sum_z h(t - z) \cdot x(z)$$

En el caso de los gravímetros superconductores vamos a suponer que la función de transferencia H es lineal, es decir que no varía en el tiempo, esto es, el aparato se comporta siempre de la misma manera ante la misma señal.

Por este motivo, es lo mismo calcular la función de transferencia de los datos originales que de los datos diferenciados. Lo comprobamos realizando la diferenciación de la convolución teniendo en cuenta que $h'(t - z) = 0$, puesto que h es constante en el tiempo:

$$y'(t) = \sum_z h'(t-z) \cdot x(z) + h(t-z) \cdot x'(z) = \sum_z h(t-z) \cdot x'(z)$$

1.2. ¿Por qué elegir la función escalón?

Imaginemos que la señal x que introducimos en un sistema en el dominio del tiempo es un pulso, como se ilustra en la siguiente figura:

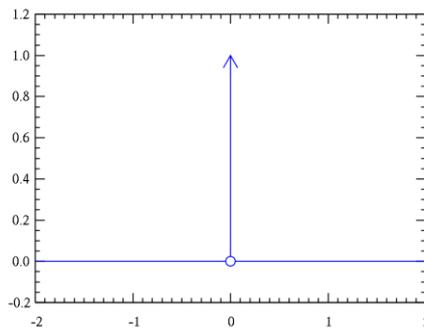


Figura 1.1

Este pulso en el dominio del tiempo tiene como análogo en el dominio de las frecuencias una amplitud constante que podemos suponer 1 tras normalizar, esto es, $X(f) = 1$:



Figura 1.2

De esta manera la función de transferencia vendría dada por la señal y transformada al dominio de la frecuencia. Esto se consigue haciendo la transformada de Fourier de dicha señal:

$$Y(f) = H(f)$$

En nuestro caso, como en todos los casos reales, es muy complicado introducir en el aparato un pulso. Por este motivo lo que se hace es inyectar al gravímetro superconductor una función escalón que tendrá la siguiente forma en el dominio del tiempo:

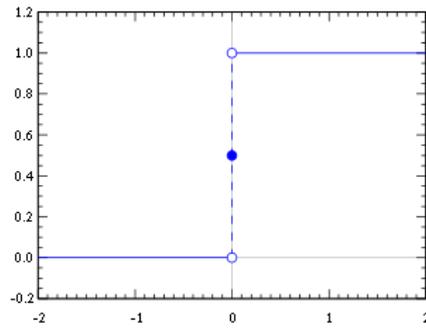


Figura 1.3

Nuestro objetivo es conseguir la función pulso para poder aplicar que $Y(f) = H(f)$. El problema queda solucionado diferenciando nuestra x . Por este motivo es necesario diferenciar los datos y luego calcular la transformada de Fourier de los datos diferenciados. Esto se puede hacer como hemos visto anteriormente porque la función de transferencia es lineal y no varía en el tiempo.

2. Experimento

Como ya hemos explicado en el apartado anterior, una de las maneras de calcular la función de transferencia es introduciendo una función escalón como señal de entrada y analizar los datos de la señal de salida.

En este apartado se describen los pasos necesarios para introducir este voltaje adicional en el aparato de forma remota, es decir a través del software UIPC. También es posible realizar todos estos pasos de forma in situ pero a continuación sólo se detallan los pasos a seguir para realizarlo de forma remota puesto que es el procedimiento que utilizaremos normalmente.

- 1) Conectar el cable Trig 4 del DAC (Back panel of DAC) al FBM Trig.

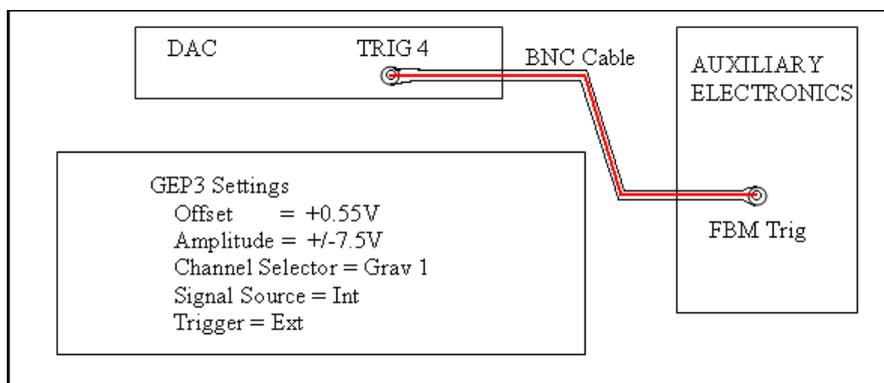


Figura 2.1

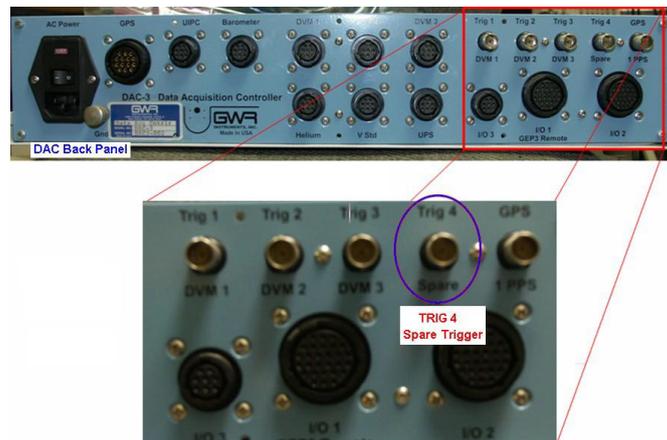


Figura 2.2

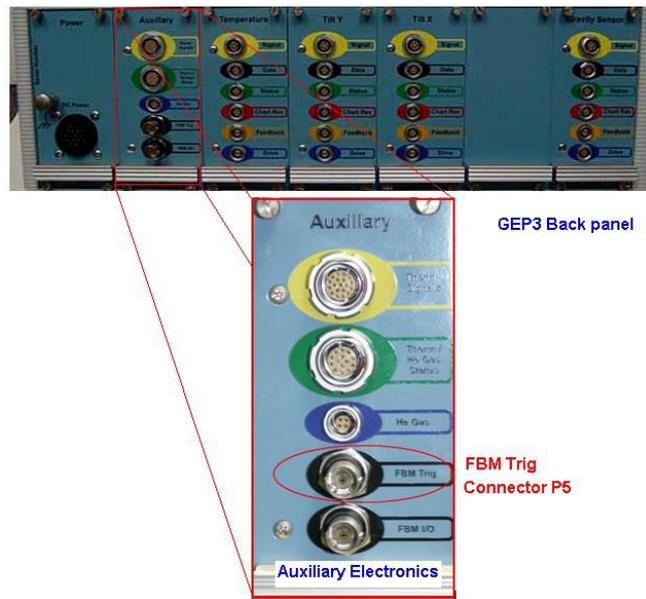


Figura 2.3

2) Determinación de la amplitud y la fase del escalón que vamos a introducir.

El primer paso consiste en determinar la Amplitud y el offset del escalón que queremos introducir en el feedback del sistema. Siempre hemos de ser muy cuidadosos de que nuestras mediciones no se salgan de rango. Para ello hemos de tener en cuenta que el rango de voltaje en el que nos podemos mover va de -10 a 10 Voltios. Para asegurarnos de que durante toda la medida nos vamos a encontrar dentro del rango lo mejor es que nuestras medidas estén centradas aproximadamente en el cero, por ello introduciremos un offset que será aproximadamente el valor de la señal en el momento del comienzo de la medida. El valor de la amplitud del step puede ser elegido por el usuario pero siempre teniendo en cuenta que no nos podemos salir del rango y que al valor de la amplitud hay que añadir las variaciones propias de la gravedad. Un valor razonable para la amplitud del salto serían 4 Voltios. Estos valores se introducen en el apartado de de Feedback Modulator en la pestaña de GEP (Gravimeter Electronics Package).

En el caso de nuestro experimento elegimos un Offset de 0.7 Voltios y una amplitud del step de 4 Voltios.

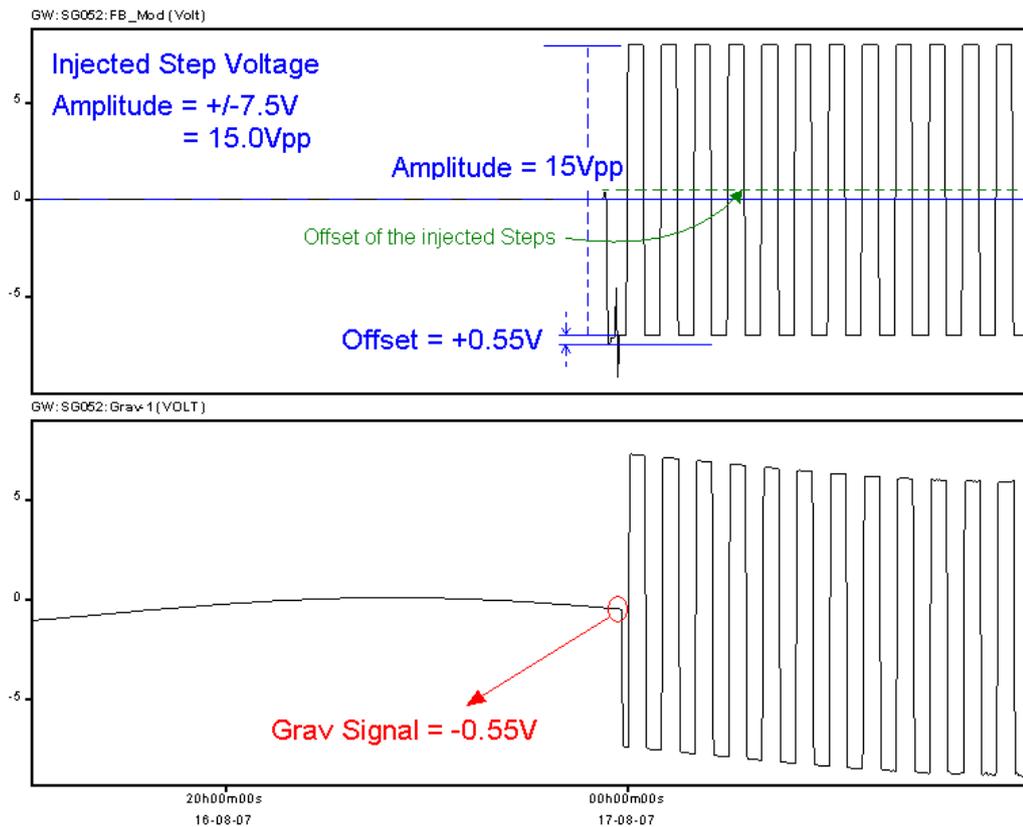


Figura 2.4

NOTA IMPORTANTE: Los voltajes que se introducen en el aparato de Amplitud y Offset no se introducen en base 10, si no en base 16. Además hemos de tener en cuenta que cada unidad que introduzcamos son 0.04 Voltios.

- 3) En el programa UIPC seleccionar la pestaña GEP y poner el sistema en "GEP Remote Enabled".
- 4) En la sección del Feedback modulador de la página GEP del UIPC ajustar la amplitud y el ofset calculados con anterioridad.
- 5) Seleccionar en "operation mode" en "Gravity 1 Sensor" FB Modulador CL.
- 6) Asegurarse de que "Source" dentro de la sección de "Feedback Modulador" está en modo "Int".
- 7) Seleccionar en "operation mode" en la sección de "Feedback Modulador" "Gravity 1".

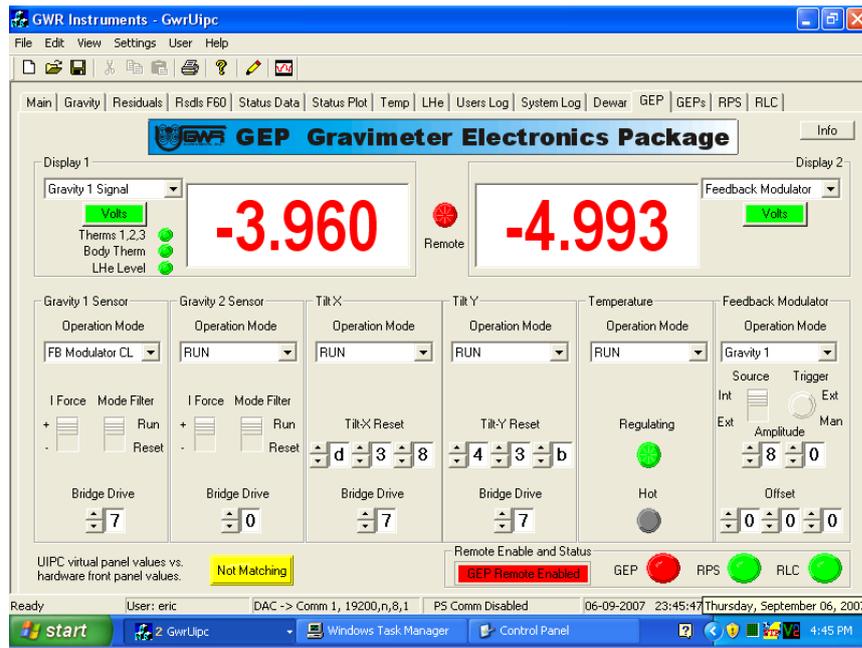


Figura 2.5

En este momento si todo está correcto se pueden empezar a ver cambios en el voltaje del feedback modulatos cada 10 minutos con el correspondiente cambio en la señal.

Para terminar el experimento:

- a) En "Gravity Sensor": Cambiaremos de "FB Modulator CL" a "RUN".
- b) En "Feedback mode" cambiaremos a "OFF"

3. Análisis de los datos

Una vez efectuado el experimento con el sistema llega el momento de analizar los datos. Se toman los datos a 1 segundo, es decir los datos de los archivos G1, y se calculan los residuales, esto es, se elimina la marea teórica, la carga oceánica y la carga atmosférica.

De cada salto se obtiene un resultado. Dependiendo del tiempo que hayamos empleado para realizar el experimento tendremos más o menos saltos. Si por ejemplo la duración del experimento ha sido de dos horas tendremos 12 saltos de 10 minutos cada salto.

Lo primero que hay que hacer es separar en archivos distintos cada salto de 10 minutos. En principio podemos calcular la función de transferencia para cada salto o bien hacer una media con todos los saltos y calcular la función de transferencia de este salto medio para simplificar el problema. El cálculo de la función de transferencia se puede realizar a través del programa ETSTEP de Wenzell, a través de Tsoft o bien cada uno se puede crear su propio programa.

Como hemos explicado en la introducción una vez que se tienen los datos diferenciados, la función de transferencia se consigue realizando la transformada de Fourier de los datos diferenciados. En el caso discreto esta fórmula viene dada por:

$$A(\omega_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{-i\omega_n t_k}$$

donde N es el número de datos de tiempo que tenemos.

De esta manera tenemos las Amplitudes y las fases:

$$Amplitud_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$$

$$\varphi_k = \arctan\left(\frac{B_k}{A_k}\right)$$

Para calcular el tiempo de retraso tendremos que dividir para cada frecuencia la fase entre dicha frecuencia y normalizarla dividiendo entre 2 veces pi:

$$t_{delay_k} = \frac{\varphi_k}{\omega_k}$$

4. Función de Transferencia del SG064

El experimento de la introducción del Voltaje en el feedback del sensor del gravímetro SG064 fue realizado el día 24 de Mayo de 2012 desde las 8:30 UTC hasta las 12:00 aproximadamente. De manera que para calcular la función de transferencia hemos utilizado 20 saltos. El tiempo de comienzo para separar nuestros saltos ha sido las 8:29:59 como se puede comprobar en el canal FB-Mod de los ficheros auxiliares A2.

En la primera de las siguientes figuras vemos la señal bruta de salida en la que aparecen los saltos introducidos afectados por la gravedad mientras que en la segunda vemos los residuales calculados eliminando la marea, la carga oceánica y la presión atmosférica:

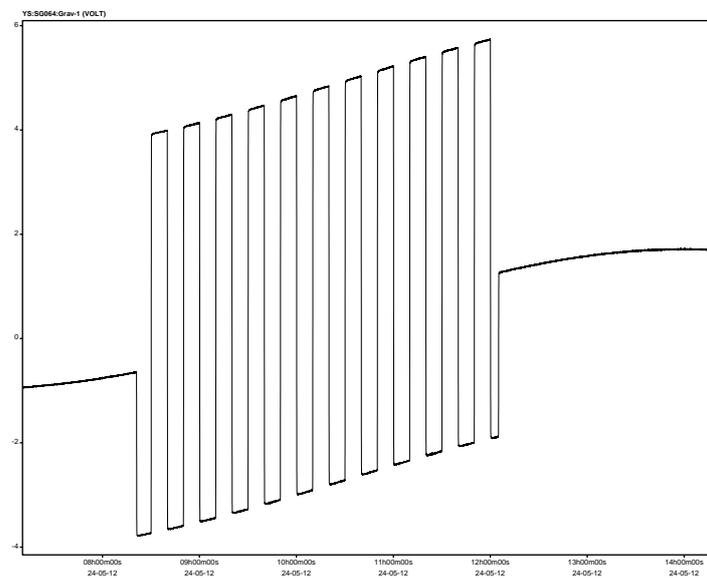


Figura 4.1

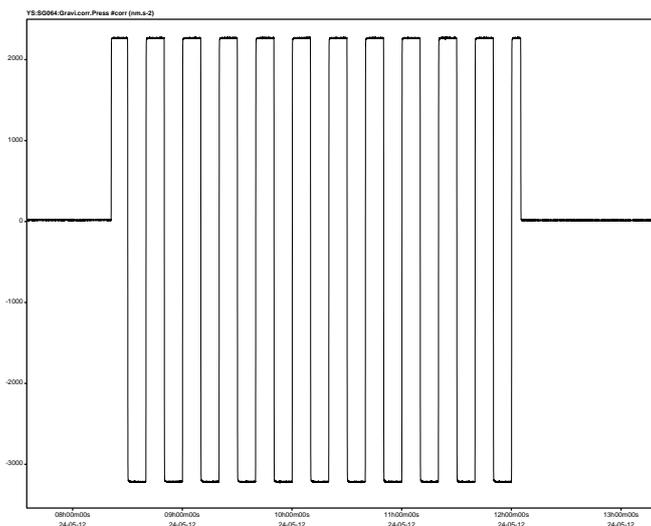


Figura 4.2

El análisis del salto medio lo hemos realizado con dos programas. Por un lado con un programa que hemos creado para dicho propósito y por otro lado con el programa mencionado con anterioridad: ETSTEP. Los resultados han sido prácticamente los mismos.

A continuación se muestran parte de los resultados con ambos programas, el primero de los resultados es el creado por nuestro programa, mientras que el segundo son los resultados generados con ETSTEP:

1					
2	Freq (c.p.s)	Freq (c.p.d)	Amplitud	Phase (degree)	time_lag (seg)
3					
4	0.0010000000000000	86.4000000000	0.9126068	-3.5091665	-9.7476846
5	0.0020000000000000	172.8000000000	0.9117492	-7.0043337	-9.7282413
6	0.0030000000000000	259.2000000000	0.9104422	-10.5026106	-9.7246394
7	0.0040000000000000	345.6000000000	0.9089198	-13.9729897	-9.7034651
8	0.0050000000000000	432.0000000000	0.9068070	-17.4502443	-9.6945802
9	0.0060000000000000	518.4000000000	0.9047143	-20.9087577	-9.6799804
10	0.0070000000000000	604.8000000000	0.9021017	-24.3643132	-9.6683782
11	0.0080000000000000	691.2000000000	0.8992968	-27.8220347	-9.6604287
12	0.0090000000000000	777.6000000000	0.8962509	-31.2556678	-9.6468110
13	0.0100000000000000	864.0000000000	0.8929211	-34.7012062	-9.6392239
14	0.0110000000000000	950.4000000000	0.8895100	-38.1409171	-9.6315447
15	0.0120000000000000	1036.8000000000	0.8855549	-41.5733510	-9.6234609
16	0.0130000000000000	1123.2000000000	0.8815823	-45.0129393	-9.6181494
17	0.0140000000000000	1209.6000000000	0.8772938	-48.4352874	-9.6101761
18	0.0150000000000000	1296.0000000000	0.8726395	-51.8785724	-9.6071430
19	0.0160000000000000	1382.4000000000	0.8678083	-55.2971650	-9.6002023
20	0.0170000000000000	1468.8000000000	0.8626610	-58.7175209	-9.5943662
21	0.0180000000000000	1555.2000000000	0.8573643	-62.1470546	-9.5905948
22	0.0190000000000000	1641.6000000000	0.8517601	-65.5498546	-9.5833121
23	0.0200000000000000	1728.0000000000	0.8459236	-68.9756292	-9.5799485
24	0.0210000000000000	1814.4000000000	0.8400545	-72.3809629	-9.5742014
25	0.0220000000000000	1900.8000000000	0.8335321	-75.7988506	-9.5705619
26	0.0230000000000000	1987.2000000000	0.8271373	-79.2025540	-9.5655258
27	0.0240000000000000	2073.6000000000	0.8203336	-82.5939164	-9.5594811
28	0.0250000000000000	2160.0000000000	0.8133823	-86.0103633	-9.5567070
29	0.0260000000000000	2246.4000000000	0.8062010	-89.3784235	-9.5489769
30	0.0270000000000000	2332.8000000000	0.7989184	-92.7212346	-9.5433780
31	0.0280000000000000	2419.2000000000	0.7915203	-96.0370368	-9.5371663
32	0.0290000000000000	2505.6000000000	0.7836566	-99.220844	-9.5303962
33	0.0300000000000000	2592.0000000000	0.7761295	-102.375285	-9.5231600
34	0.0310000000000000	2678.4000000000	0.7676677	-105.494196	-9.5154157
35	0.0320000000000000	2764.8000000000	0.7593574	-108.5725277	-9.5071222
36	0.0330000000000000	2851.2000000000	0.7513814	-111.6152873	-9.5000511
37	0.0340000000000000	2937.6000000000	0.7425047	-114.6274571	-9.4934426
38	0.0350000000000000	3024.0000000000	0.7340410	-117.6052923	-9.4873569
39	0.0360000000000000	3110.4000000000	0.7255322	-120.5539983	-9.4817746
40	0.0370000000000000	3196.8000000000	0.7165820	-123.4781548	-9.4766807
41	0.0380000000000000	3283.2000000000	0.7074868	-126.3726795	-9.4719321
42	0.0390000000000000	3369.6000000000	0.6985695	-129.2423518	-9.4675974
43	0.0400000000000000	3456.0000000000	0.6889860	-132.0822871	-9.4636394
44	0.0410000000000000	3542.4000000000	0.6801071	-134.8974490	-9.4599280
45	0.0420000000000000	3628.8000000000	0.6709785	-137.6839928	-9.4564107
46	0.0430000000000000	3715.2000000000	0.6611162	-140.4464790	-9.4530506
47	0.0440000000000000	3801.6000000000	0.6520683	-143.1797878	-9.4497912
48	0.0450000000000000	3888.0000000000	0.6420319	-145.888579	-9.4466826
49	0.0460000000000000	3974.4000000000	0.6331867	-148.5674120	-9.4436879
50	0.0470000000000000	4060.8000000000	0.6235828	-151.2203856	-9.4407632
51	0.0480000000000000	4147.2000000000	0.6134354	-153.852414	-9.4378830
52	0.0490000000000000	4233.6000000000	0.6032699	-156.4594780	-9.4350146
53	0.0500000000000000	4320.0000000000	0.5949976	-159.0468002	-9.4321411
54	0.0510000000000000	4406.4000000000	0.5834796	-161.6094000	-9.4292342
55	0.0520000000000000	4492.8000000000	0.5742381	-164.1523808	-9.4263312
56	0.0530000000000000	4579.2000000000	0.5650079	-166.6704513	-9.4234320
57	0.0540000000000000	4665.6000000000	0.5552733	-169.1684094	-9.4205394
58	0.0550000000000000	4752.0000000000	0.5454915	-171.6422828	-9.4176567
59	0.0560000000000000	4838.4000000000	0.5361873	-174.0876202	-9.4147704
60	0.0570000000000000	4924.8000000000	0.5260412	-176.5093594	-9.4118813

Tabla 4.1

```
#####
# Program ETSTEP, gain and phase lag of the system #
# Normalization factor: 1.000984 #
#####
```

frequency [cps]	real	imag	gain	phase [degree]	time lag [sec]
0.000001	1.000000	0.000061	1.000000	0.003	9.639
0.000002	1.000000	0.000121	1.000000	0.007	9.639
0.000003	1.000000	0.000182	1.000000	0.010	9.639
0.000004	1.000000	0.000242	1.000000	0.014	9.639
0.000005	1.000000	0.000303	1.000000	0.017	9.639
0.000006	1.000000	0.000363	1.000000	0.021	9.639
0.000007	1.000000	0.000424	1.000000	0.024	9.639
0.000008	1.000000	0.000485	1.000000	0.028	9.639
0.000009	1.000000	0.000545	1.000000	0.031	9.639
0.000010	1.000000	0.000606	1.000000	0.035	9.639
0.000020	1.000000	0.001211	1.000000	0.069	9.639
0.000030	0.999999	0.001817	1.000001	0.104	9.640
0.000040	0.999999	0.002423	1.000001	0.139	9.640
0.000050	0.999998	0.003028	1.000002	0.174	9.640
0.000060	0.999997	0.003634	1.000003	0.208	9.640
0.000070	0.999995	0.004240	1.000004	0.243	9.641
0.000080	0.999994	0.004846	1.000006	0.278	9.641
0.000090	0.999993	0.005452	1.000007	0.312	9.641
0.000100	0.999991	0.006058	1.000009	0.347	9.642
0.000200	0.999961	0.012125	1.000035	0.695	9.649
0.000300	0.999906	0.018208	1.000072	1.043	9.660
0.000400	0.999818	0.024313	1.000114	1.393	9.674
0.000500	0.999688	0.030441	1.000151	1.744	9.690
0.000600	0.999506	0.036591	1.000175	2.097	9.706
0.000700	0.999264	0.042757	1.000178	2.450	9.723
0.000800	0.998956	0.048931	1.000154	2.804	9.737
0.000900	0.998581	0.055105	1.000100	3.159	9.749
0.001000	0.998138	0.061267	1.000016	3.512	9.757
0.002000	0.991479	0.121700	0.998921	6.998	9.719
0.003000	0.980803	0.181936	0.997535	10.509	9.730
0.004000	0.966501	0.240376	0.995945	13.967	9.699
0.005000	0.947723	0.297940	0.993452	17.452	9.695
0.006000	0.926106	0.353801	0.991387	20.908	9.680
0.007000	0.900339	0.407622	0.988315	24.358	9.666
0.008000	0.871428	0.459971	0.985373	27.827	9.662
0.009000	0.839572	0.509400	0.982023	31.247	9.644
0.010000	0.804239	0.556962	0.978267	34.704	9.640
0.020000	0.332502	0.865170	0.926864	68.977	9.580
0.030000	-0.190215	0.828917	0.850462	-77.076	-7.137
0.040000	-0.547006	0.520338	0.754962	-43.569	-3.026
0.050000	-0.640821	0.119412	0.651852	-10.556	-0.586
0.060000	-0.506469	-0.204598	0.546234	21.997	1.018
0.070000	-0.263238	-0.356009	0.442761	53.520	2.124
0.080000	-0.025375	-0.348236	0.349159	85.832	2.980
0.090000	0.116002	-0.240870	0.267347	-64.285	-1.984
0.100000	0.168333	-0.107017	0.199471	-32.446	-0.901
0.200000	-0.002747	-0.000638	0.002820	13.077	0.182
0.300000	-0.000475	-0.000101	0.000485	12.025	0.111
0.400000	-0.000356	-0.000090	0.000367	14.160	0.098
0.500000	-0.000312	0.000000	0.000312	0.000	0.000
0.600000	-0.000356	0.000090	0.000367	-14.160	-0.066
0.700000	-0.000475	0.000101	0.000485	-12.025	-0.048
0.800000	-0.002747	0.000638	0.002820	-13.077	-0.045
0.900000	0.168333	0.107017	0.199471	32.446	0.100

Tabla 4.2

```
#####
# Program ETSTEP, gain and phase lag of the system #
# Normalization factor: 1.000984 #
#####
```

wave	freq. [deg/h]	freq. real part [cpd]	imag-part	gain	phase [deg]	
MM	0.544375	0.036292	1.000000	0.000025	1.000000	0.0015
MF	1.098033	0.073202	1.000000	0.000051	1.000000	0.0029
MTM	1.642408	0.109494	1.000000	0.000077	1.000000	0.0044
Q1	13.398661	0.893244	1.000000	0.000626	1.000000	0.0359
O1	13.943036	0.929536	1.000000	0.000652	1.000000	0.0373
M1	14.496694	0.966446	1.000000	0.000677	1.000000	0.0388
P1	14.958931	0.997262	1.000000	0.000699	1.000000	0.0401
S1	15.000002	1.000000	1.000000	0.000701	1.000000	0.0402
K1	15.041069	1.002738	1.000000	0.000703	1.000000	0.0403
PSI1	15.082135	1.005476	1.000000	0.000705	1.000000	0.0404
PHI1	15.123206	1.008214	1.000000	0.000707	1.000000	0.0405
J1	15.585443	1.039030	1.000000	0.000728	1.000000	0.0417
OO1	16.139102	1.075940	1.000000	0.000754	1.000000	0.0432
2N2	27.968208	1.864547	1.000000	0.001307	1.000000	0.0749
N2	28.439730	1.895982	1.000000	0.001329	1.000000	0.0762
M2	28.984104	1.932274	1.000000	0.001355	1.000000	0.0776
L2	29.528479	1.968565	1.000000	0.001380	1.000000	0.0791
S2	30.000000	2.000000	1.000000	0.001402	1.000000	0.0803
K2	30.082137	2.005476	1.000000	0.001406	1.000000	0.0805
M3	43.476156	2.898410	0.999999	0.002032	1.000001	0.1164
M4	57.968208	3.864547	0.999998	0.002709	1.000002	0.1552

Tabla 4.3

De manera que se puede concluir que el retraso (time delay) en las frecuencias cercanas a las ondas de marea principales es de unos 9 segundos.

Comportamiento de la Amplitud a diferentes frecuencias:

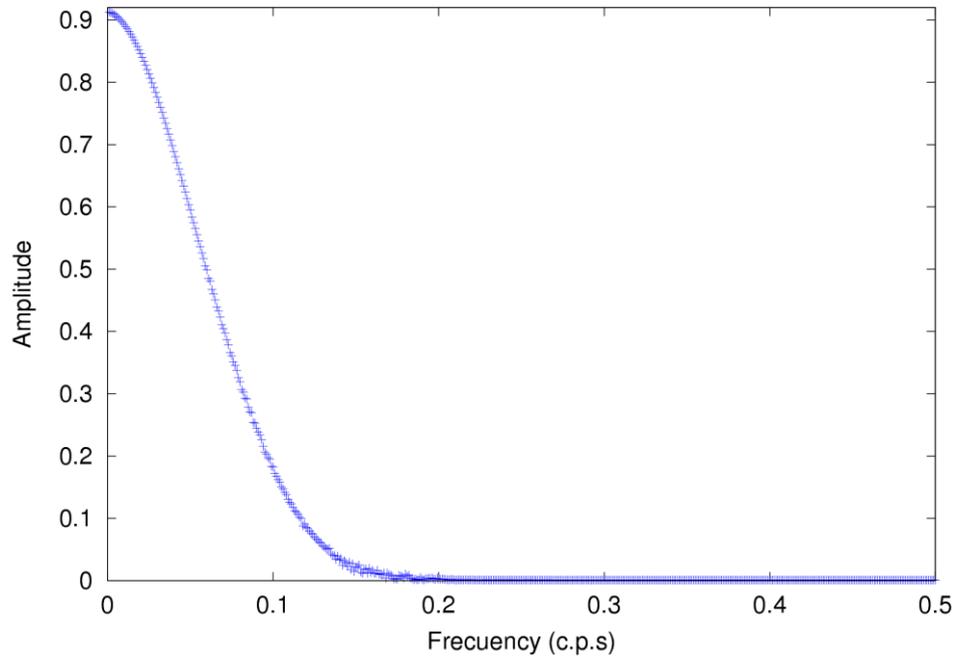


Figura 4.3

Retraso de la señal según diferentes periodos:

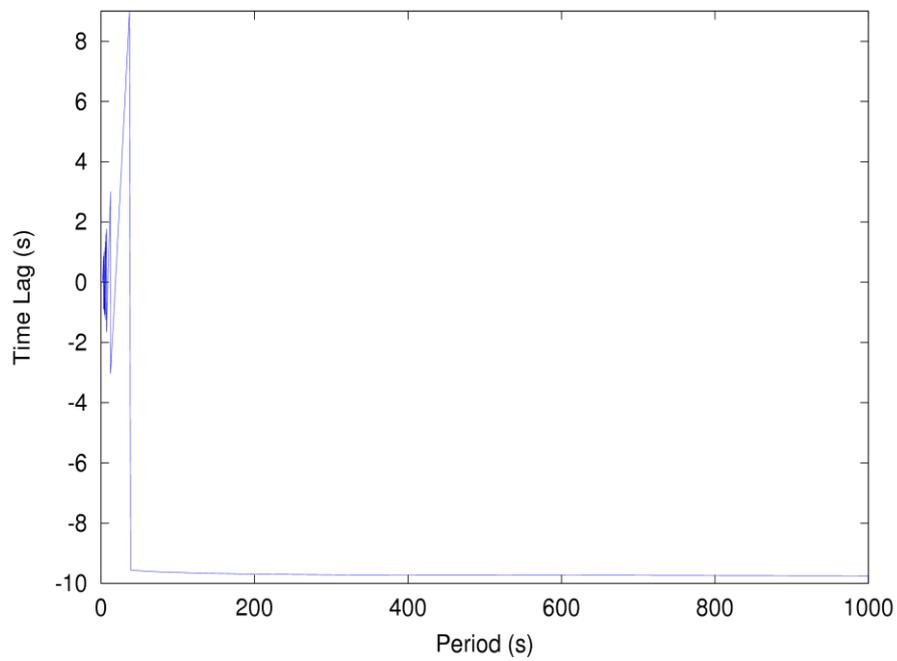


Figura 4.4

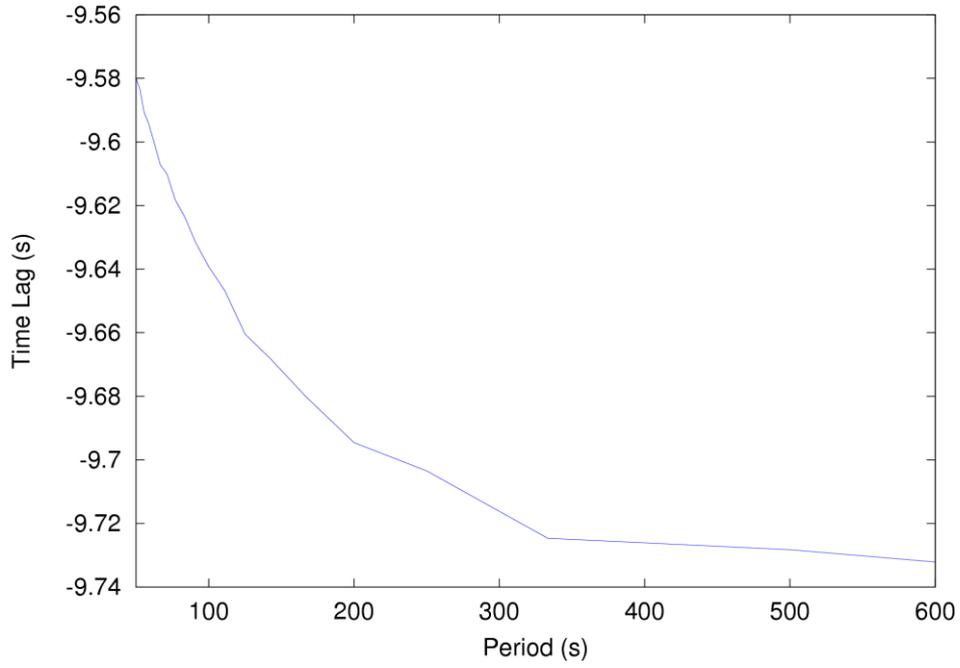


Figura 4.5

Retraso y amplitud de la señal según las diferentes frecuencias en las frecuencias de las ondas principales de marea:

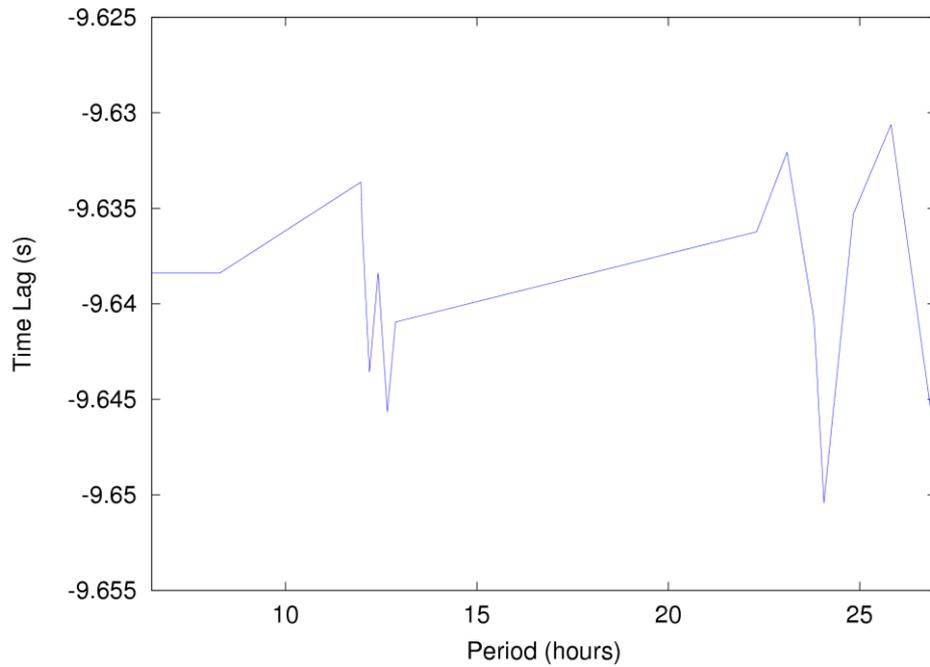


Figura 4.6

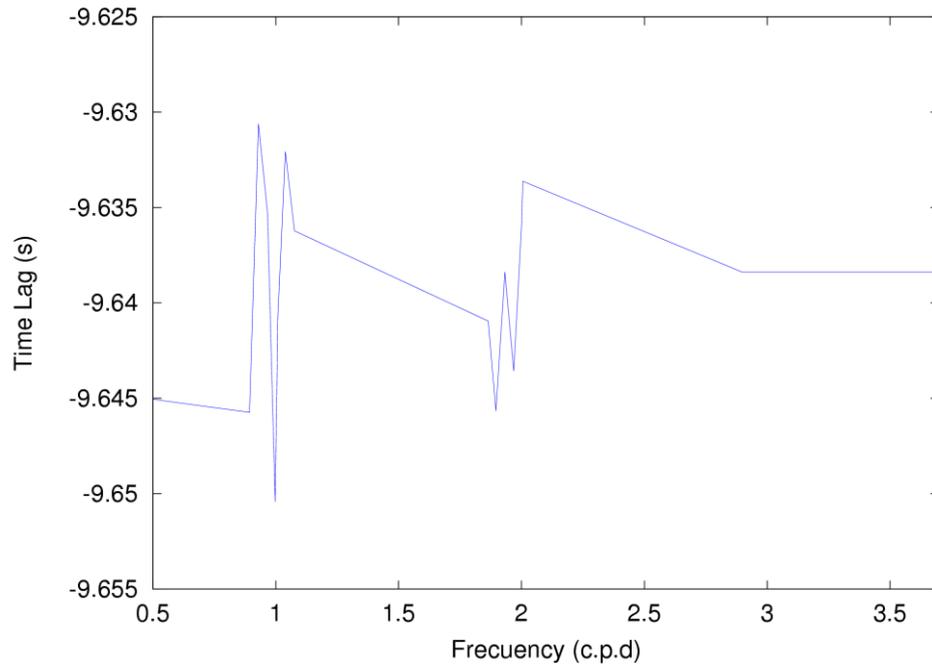


Figura 4.7

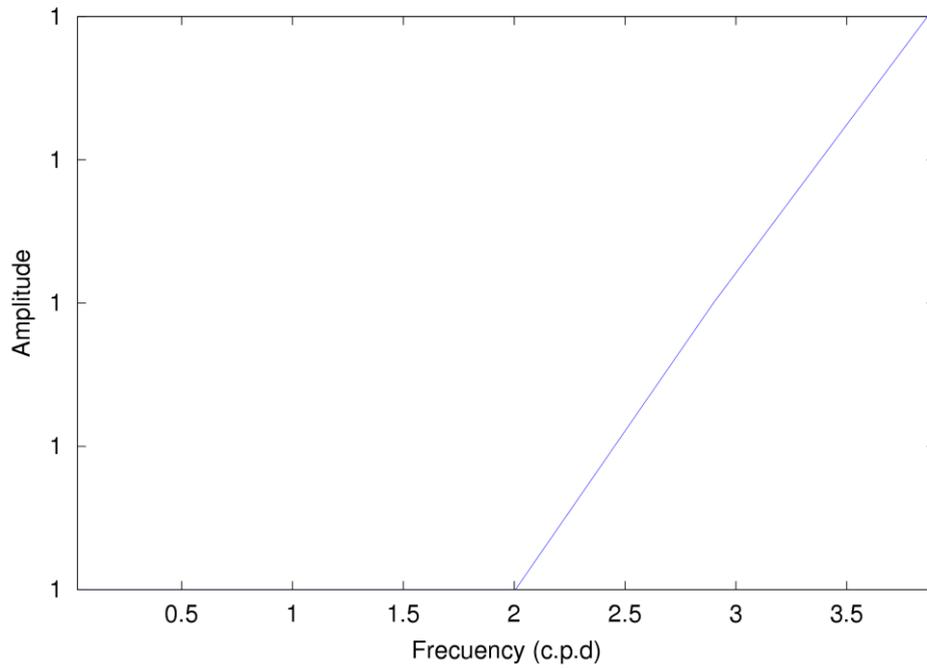


Figura 4.8

5. Referencias

Pillai,H., 2007. “Automated system for introducing step voltages in to the feedback loop circuit of a superconducting gravimeter sensors for the time lag calculations and spectrum analysis”.

Van Camp, M., Wenzel,H., Schott,P., Vauterin,P., Francis,O., 2000. “Accurate transfer function determination for superconducting gravimeters”, Geophysical Research Letters, Vol. 27, NO. 1, 37-40.

Eaton,J., Bateman,D., Hauberg,S., 2008. “GNU Octave Manual, Version 3“, Network Theory Limited.